ACTIVIDAD 15 DEL PROYECTO ACHIMAGEC: DE MOVIMIENTO CIRCULAR A KEPLER

SE PRETENDE CON ESTA DINÁMICA EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS:

- ***COMPETENCIA MATEMÁTICA Y EN CIENCIA, TECNOLOGÍA E INGENIERÍA (STEM)**, concretamente los DESCRIPTORES OPERATIVOS STEM1 , STEM2 , STEM4*
- ***COMPETENCIA EN CONCIENCIA Y EXPRESIÓN CULTURALES (CCEC)**, concretamente el DESCRIPTOR OPERATIVO CCEC2 y EL DESCRIPTOR OPERATIVO CCEC4.2*
- ***COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA (CLL)**, concretamente los DESCRIPTORES OPERATIVOS CCL2 , CCL3.*
- ***COMPETENCIA DIGITAL (CD)**, concretamente el DESCRIPTOR OPERATIVO CD1 y CD3*
- ***COMPETENCIA EMPRENDEDORA (CE)**, concretamente el DESCRIPTOR OPERATIVO CE1*
- ***COMPETENCIA PERSONAL, SOCIAL Y DE APRENDER A APRENDER (CPSAA)**, concretamente el DESCRIPTOR OPERATIVO CPSAA1.1 , CPSAA4 , CPSAA5*
- ***COMPETENCIA PLURILINGÜE**, concretamente los DESCRIPTORES OPERATIVOS CP1 , CP2*

RELACIONADO CON LOS SABERES BÁSICOS DE FÍSICA Y QUÍMICA:

- ***IV.- LA INTERACCIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA DE 4º E.S.O.***
- ***IV. Cinemática de FÍSICA QUÍMICA DE 1º BACHILLERATO***
- ***V. Estática y dinámica FÍSICA Y QUÍMICA DE 1º BACHILLERATO***
- ***I. CAMPO GRAVITATORIO DE FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO***

SE CONTEMPLAN LOS ASPECTOS RELACIONADOS CON EL PERFIL DE SALIDA DEL ALUMNADO DE LOS INSTITUTOS DIOCESANOS DE CANARIAS

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD:

1. **Comenzaremos planteando una serie de preguntas que nos sitúan en la realidad de lo cotidiano que pretendemos abordar con el conocimiento que vamos a adquirir.**
2. **Disponemos de los conocimientos previos de Cinemática y Dinámica de los movimientos rectilíneos (vistos ya en este curso) y de la Ley de Gravitación Universal (en este punto hay que ser conscientes de la diversidad de Centros de los que vienen nuestros alumnos de 1º de Bachillerato, por ser un contenido abordado en la etapa anterior, en la ESO)**
3. **Recordaremos aspectos de CINEMÁTICA, algunos de ellos conocidos y los aplicaremos al caso particular del movimiento circular en el que profundizaremos en sus magnitudes cinemáticas propias a diferencia de los movimientos rectilíneos.**
4. **Recordaremos aspectos de DINÁMICA conocidos a través de los movimientos rectilíneos y los aplicaremos para estudiar desde el punto de vista de la dinámica el movimiento circular uniforme.**
5. **Utilizaremos lo anterior para utilizarlo sobre un cuerpo que lleva un movimiento circular uniforme como consecuencia de la presencia de la fuerza gravitatoria.**
6. **Integrando los conocimientos de cinemática y dinámica del movimiento circular con la presencia de la fuerza de atracción gravitatoria llegaremos a la 3ª Ley de Kepler y la usaremos para estudiar el movimiento de satélites y el de la Tierra en particular alrededor del Sol.**

PLANTEAMOS LAS SIGUIENTES PREGUNTAS EN CLASE, CREANDO UN CLIMA DE PARTICIPACIÓN Y OBSERVANDO LOS CONOCIMIENTOS PREVIOS AL OBJETO DE ADECUAR LAS SIGUIENTES SESIONES A LA REALIDAD DE LA CLASE:

- Cuando nos montamos en un tiovivo y nos sentamos en caballitos que se encuentran a diferente distancia del centro del tiovivo… ¿Quién se marea más?, ¿Quién se mueve más rápido?, o ¿todos se mueven igual de rápido?
- Cuando un objeto lleva un movimiento circular uniforme (a velocidad constante), ¿hay aceleración?. Recordar que la aceleración es la variación de la velocidad.
- ¿Por qué existen las mareas?
- ¿Cómo es posible que la Tierra se mueva alrededor del Sol?... Pensar en un balde con agua sujeto con una cuerda y que lo obligamos a girar comunicando velocidad con nuestra mano y que vamos disminuyendo la velocidad hasta que mantenemos el movimiento circular con la velocidad más pequeña que lo mantiene.
- ¿Qué ocurriría si la Tierra aumentara su velocidad en su movimiento alrededor del Sol?
- ¿Qué ocurriría si la Tierra disminuyera su velocidad alrededor del Sol?
- ¿Qué ocurriría si la Luna aumentara o disminuyera su velocidad alrededor de la Tierra?
- ¿Cómo es posible que la Estación Espacial Internacional esté ahí arriba girando alrededor de la Tierra?.. o … ¿Piensas que está quieta?. ¿Qué pasaría si estuviese quieta?

- ¿Cómo es posible que los satélites de telecomunicaciones, espías, los de GPS, estén ahí moviéndose alrededor de la Tierra? ¿o están quietos?

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD:

MOVIMIENTO CIRCULAR: (FQ1BP336a):

Es aquél en el que el movimiento sigue una trayectoria circular, el movimiento se desarrolla a lo largo de una circunferencia. Al igual que con los rectilíneos, se distinguen:

- MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)
- MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO (MCU)

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME:

Aquél que tiene velocidad constante (en módulo, ya que al ser circular la velocidad varía en dirección).

Si imaginamos un tiovivo y nos situamos en varios "caballitos", vemos que dependiendo de lo cerca o lo lejos que estemos del centro, del eje de giro, nuestra velocidad será diferente, ya que en el mismo tiempo, cuanto más alejados estemos del centro del tiovivo, recorreremos más espacio. Como la velocidad v=e/t, cuanto más espacio recorremos, mayor será la velocidad.

Es por ello, por lo que la velocidad v=e/t no es la adecuada para caracterizar el movimiento circular, ya que dependiendo de la distancia al eje de giro, esta magnitud será diferente.

Sin embargo, el ángulo girado por cada "caballito" es el mismo para un mismo tiempo (independientemente de lo cerca o lejos que esté del centro).

Para los movimientos circulares se define w (velocidad angular) como el ángulo (φ) girado en la unidad de tiempo:

$$w = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow w = \frac{d\varphi}{dt}$$

Razonemos pensando que la derivada es variación.

Este ángulo se mide en radianes (un radián es el ángulo cuyo arco equivale al radio).

De la definición de RADIÁN:

$$s = \varphi \cdot R$$
$$v = \omega \cdot R$$

La segunda se obtiene derivando la primera. Pensar de nuevo en que la derivada es variación y que R si el movimiento es circular es una constante.

Una vuelta completa equivale a 2π radianes en ángulo y $2\pi R$ en espacio.

<u>El Nºde Vueltas (N) se puede obtener:</u>

$N=s/(2\pi R)$; donde s es el espacio recorrido

$N=\phi/(2\pi)$; donde ϕ es el ángulo girado en radianes

De la definición de VELOCIDAD ANGULAR ($\varphi=w\cdot t$), salen ecuaciones que nos permiten asociar las fórmulas típicas del MRU, al MCU del siguiente modo:

$$s = s_o + v\cdot t \Rightarrow \varphi = \varphi_o + \omega\cdot t$$

En los Movimientos Circulares Uniformes, se definen además:

Periodo: el tiempo que se tarda en dar una vuelta completa (2π radianes en ángulo y $2\pi R$ en espacio)

Frecuencia: el número de vueltas que da en un segundo (se mide en Hz –Herzios que equivale a s^{-1})

De ahí que:

<u>PERIODO:</u> $T=2\pi/w$

<u>FRECUENCIA</u> $f=1/T$

Es frecuente que en este tipo de ejercicios necesitemos pasar las “revoluciones por minuto” que nos dan como dato de la velocidad angular a rad/s, que son las unidades de la velocidad angular en el Sistema Internacional. Un ejemplo de este cambio de magnitudes, usando factores de conversión:

Ejemplo de paso de rpm a rad/s

$$5rpm = 5\frac{vueltas}{minuto}\frac{2\pi radianes}{1vuelta}\frac{1minuto}{60segundos} = \frac{10\pi}{60}\frac{rad}{s}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME, CHULETA RESUMEN:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow \boxed{w = \frac{\varphi}{t}}$$

$$s = \varphi \cdot R$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$\underbrace{s = s_o + v \cdot t}_{M.R.U} \Rightarrow \boxed{\underbrace{\varphi = \varphi_o + \omega \cdot t}_{M.C.U.}}$$

$$\boxed{a_N = \frac{v^2}{R}} = w^2 \cdot R$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{w}} \Rightarrow f = \frac{w}{2\pi}$$

φ (ángulo) en [rad]
w (velocidad angular) en [rad/s]
v (velocidad lineal) en [m/s]
T (periodo) en [s] *"tiempo en dar una vuelta completa"*
f (frecuencia) en [Hz] *"nº de vueltas por segundo"*

EJERCICIO F4EE2169:

Omar y Alberto van montados en dos caballitos que giran con el tiovivo que los contiene a 5 vueltas por minuto. El caballo de Omar está a una distancia de 3 metros del eje de giro del tiovivo y el de Alberto a una distancia de 4 metros.

a.- ¿Quién se mueve más rápido? O lo que es lo mismo ¿Cuál de los dos protagonistas se despeina más?.

b.- Hallar la velocidad angular en unidades del S.I.

c.- Hallar el número de vueltas que da cada uno en 10 minutos.

d.- Hallar la frecuencia del movimiento circular.

e.- Hallar el periodo del movimiento circular.

f.- Hallar la aceleración de cada uno de ellos.

g.- Hallar el espacio que recorre cada uno de ellos en 3 minutos.

COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACELERACIÓN:

Respecto a las COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACELERACIÓN, el MCU sólo tiene aceleración normal (la velocidad cambia de dirección, al ajustarse a la circunferencia). No tiene aceleración tangencial ya que al ser de velocidad constante en módulo, la derivada de esta velocidad es nula.

RECORDEMOS AL RESPECTO DE LAS COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACELERACIÓN:

La aceleración mide el cambio de la velocidad.

Pero la velocidad puede variar en módulo, en valor, yendo más rápido o más despacio; pero también puede variar en dirección.

La variación en módulo es la componente tangencial de la aceleración:

$$a_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

Su dirección es tangente a la trayectoria.

La variación en dirección es la componente normal de la aceleración:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = w^2 \cdot R$$

Su dirección es perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia dentro, ya que "tira hacia dentro" de la velocidad.

En un movimiento rectilíneo la única posibilidad de variación de la velocidad es en módulo: los movimientos rectilíneos sólo tienen en su caso, aceleración tangencial.

Desde el momento en que la trayectoria no es rectilínea, es curva, la velocidad tiene que variar en dirección, con lo que presenta aceleración normal.

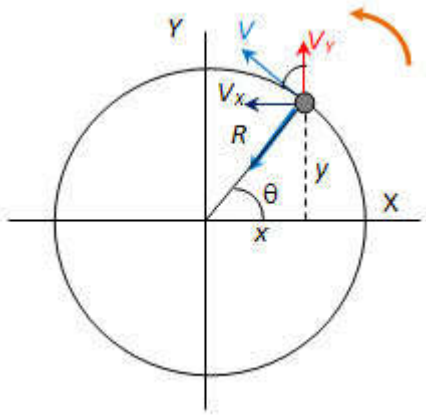
En un movimiento circular uniforme el módulo de la velocidad no varía, pero sí la dirección de la velocidad. El MCU no tiene aceleración tangencial, pero tiene aceleración normal, que está dirigida hacia el centro de la circunferencia, es lo que tira de la velocidad hacia dentro.

En este caso del MCU, teniendo en cuenta la segunda ley de Newton, la resultante de la fuerza:

$$F_C = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Esta fuerza es la fuerza centrípeta, causante del movimiento circular, es la que tira hacia dentro. Tiene una dirección radial y está dirigida en cada punto de la circunferencia hacia el centro de la circunferencia.

AMPLIACIÓN: P438 OBTENCIÓN DE LA EXPRESIÓN DE LA ACELERACIÓN NORMAL EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME:



La partícula que se muestra realiza un movimiento circular a velocidad, en módulo, constante, según se indica, en el sentido de los ángulos positivos. Como esa velocidad va variando en dirección, el movimiento tiene aceleración, que a este tipo (relacionada con la variación de la velocidad en dirección –no en módulo-) se le denomina aceleración normal. Es la causante del movimiento circular en tanto que produce la fuerza que "tira" de la partícula hacia el centro de la circunferencia. Esa fuerza es la fuerza centrípeta. Tanto la aceleración normal, como la fuerza centrípeta están dirigidas hacia el centro del movimiento circular (dirección radial y hacia dentro).

La velocidad, que es tangente a la trayectoria es constante y la podemos descomponer en los ejes habituales, en una Vx y una Vy, según el dibujo.

El ángulo θ representado coincide con el ángulo que forma el vector velocidad con su componente en y.

Por ello y usando trigonometría:

$$v_x = -v \cdot sen\,\theta$$
$$v_y = v \cdot cos\,\theta$$

Ya que la velocidad en x es negativa según el sistema de referencia.

Teniendo en cuenta que el ángulo θ forma parte del triángulo rectángulo representado, volviendo a usar trigonometría en este triángulo rectángulo:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{R}$$

Con lo que las componentes de la velocidad:

$$v_x = -v \cdot \operatorname{sen}\theta = -v \cdot \frac{y}{R}$$

$$v_y = v \cdot \cos\theta = v \cdot \frac{x}{R}$$

Teniendo además en cuenta que la aceleración es igual a la derivada de la velocidad con respecto al tiempo (la aceleración es la variación de la velocidad), nos queda para cada una de las componentes de la aceleración:

$$a_x = \frac{d}{dt}v_x = \frac{d}{dt}\left(-v \cdot \frac{y}{R}\right) = -\frac{v}{R} \cdot \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v_y} = -\frac{v}{R} \cdot v_y$$

$$a_y = \frac{d}{dt}v_y = \frac{d}{dt}\left(v \cdot \frac{x}{R}\right) = \frac{v}{R} \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x} = \frac{v}{R} \cdot v_x$$

Ya que tanto la velocidad v como el Radio R son constantes en el Movimiento Circular uniforme (salen de la derivada) y además la derivada de y con respecto al tiempo es la velocidad en y, del mismo modo que la derivada de x con respecto al tiempo es la velocidad en x (la velocidad es la variación de la posición –la derivada de la posición-)

Si calculamos ahora el módulo de la aceleración, a partir de sus componentes:

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}}$$

Nos queda:

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = \sqrt{\left(-\frac{v}{R} \cdot v_y\right)^2 + \left(\frac{v}{R} \cdot v_x\right)^2} = \sqrt{\frac{v^2}{R^2} \cdot v_y^{\,2} + \frac{v^2}{R^2} \cdot v_x^{\,2}}$$

Que con el factor común y sacando de la raíz, al estar al cuadrado:

$$a = \sqrt{\frac{v^2}{R^2} \cdot v_y^{\,2} + \frac{v^2}{R^2} \cdot v_x^{\,2}} = \sqrt{\frac{v^2}{R^2} \cdot (v_y^{\,2} + v_x^{\,2})} = \frac{v}{R} \underbrace{\sqrt{(v_x^{\,2} + v_y^{\,2})}}_{v} = \frac{v^2}{R}$$

Ya que lo de dentro de la raíz es precisamente el módulo de la velocidad calculado a partir de sus componentes.

$$\sqrt{(v_x^{\,2} + v_y^{\,2})} = v$$

Con lo que nos queda, que esta aceleración, que es aceleración normal es:

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS DE MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME:

1.- La noria de un parque de atracciones tarda 15 s en dar una vuelta. Si su velocidad angular es constante, calcula:

a) Velocidad angular en rad/s
b) El período y la frecuencia
c) El ángulo girado en 5 s.
d) La velocidad lineal de un viajero situado a 10 m del eje de giro.

Soluciones: a) 0'41 rad/s; b) 15 s; 0'06 Hz; c) 2'04 rad d) 4'1 m/s

2.- La velocidad angular de un tocadiscos de 1970 es de 45 r.p.m. Cacula:

a) Velocidad angular en rad/s
b) Número de vueltas que dará en 5 minutos.
c) Espacio lineal recorrido por una mosca situada sobre el disco a 10 cm del centro en ese tiempo.

Soluciones: a) 4'71 rad/s; b) 225 vueltas; c) 141'37 m

3.- Si un cuerpo gira con una velocidad angular de 15 rad/s en un círculo de 1'5 m de radio, averigua:

a) Número de vueltas que da en 10 s
b) Espacio lineal recorrido en ese tiempo.
c) Período y frecuencia del movimiento.

SOLUCIONES: 23,87 vueltas; 225 m; 2,38 Hz

4.- Uno de los caballos de un tiovivo, situado a 1 m del centro del mismo, gira a razón de 3 vueltas por minuto. Calcula:

a) Velocidad angular en rad/s
b) Velocidad lineal del caballo.
c) Aceleración normal de dicho caballo.

SOLUCIONES: 0,31 rad/s; 0,31 m/s; 0,31 m/s^2.

5.- Un punto describe una trayectoria circular de 30 cm de radio tardando 3,52 s en dar cinco vueltas. Calcular:

a) La velocidad angular en r.p.m y en rad/s
b) El periodo y la frecuencia del movimiento
c) El ángulo girado al cabo de 0,85 s de iniciado el movimiento.
d) Su aceleración centrípeta

SOLUCIONES: 85,23 r.p.m.; 2,84 π rad/s; 0,704 s; 1,42 Hz; 7,58 rad; 23,88 m/s^2.

6.- Un punto recorre una trayectoria circular de radio 36 cm con una frecuencia de 0,25 s^{-1}.

a) Calcular el periodo del movimiento.
b) Calcular la velocidad angular y la lineal.
c) Determinar el ángulo girado en 1,54 s.
d) La aceleración normal o centrípeta.

7.- Una máquina de hoja giratoria de 20 cm de radio se mantiene en MCU durante 30 segundos a 36000 rpm. Hallar:

a.- La velocidad angular del disco en unidades del S.I.
b.- La velocidad lineal de un punto de la periferia del disco.
c.- El número de vueltas que ha dado el disco en esos 30 segundos.
d.- El periodo del movimiento.
e.- La frecuencia del movimiento.

8.- Un monociclo se mueve a 12 m/s. La rueda tiene un diámetro de 60 cm. Hallar:

a.- La velocidad angular de la rueda en unidades del S.I.
b.- El periodo del movimiento de la rueda.
c.- La frecuencia del movimiento de la rueda.
d.- El número de vueltas que da la rueda en 1 segundo.

e.- El tiempo que tarda la rueda en dar una vuelta completa.

9.- EJERCICIO FQ4EE2171:

Un biciclo como el que se muestra, antecesor de las bicicletas actuales, se mueve (no sin dificultad) con una velocidad de 54 km/h.
El radio de la rueda delantera es de 75 cm y el radio de la rueda trasera tan solo de 20 cm. En esta situación se pide:

a.- La velocidad lineal de un punto de la periferia de cada una de las ruedas en el Sistema Internacional de unidades.
b.- La velocidad angular de cada una de las ruedas en el Sistema Internacional de unidades.
c.- El periodo de cada una de las ruedas.
d.- La frecuencia de cada una de las ruedas.
e.- El espacio que recorre la bicicleta en media hora.
f.- El ángulo que describe cada una de las ruedas en 1 segundo.

IR AL VIDEO QUE RESUELVE EL EJERCICIO: **https://youtu.be/sx5XxPMCyJU**

10.- EJERCICIO F4EE2170:

En el lejano Oeste, un carromato que se utiliza para el transporte de mercancías en Arizona, realiza el trayecto habitual. El carromato dispone de cuatro ruedas: las dos delanteras de 75 cm de radio cada una y las dos traseras, de 85 cm de radio cada una. En el instante que nos ocupa, el carromato va a una velocidad de 36 km/h. En esta situación se nos pide:

a.- Sin realizar ningún cálculo previo, razonar cuál de los dos tipos de ruedas gira a mayor velocidad, es decir, cuál de los dos ejes (el delantero o el trasero) necesitará antes una reparación por parte del herrero del pueblo más cercano.
b.- Obtener el valor de la velocidad angular de cada uno de los dos tipos de ruedas en unidades del S.I. y en r.p.m.
c.- Obtener el periodo del movimiento circular de las ruedas delanteras.
d.- Obtener la frecuencia del movimiento circular de las ruedas traseras.
e.- Kill Bill, el pistolero más rápido de la zona, en un disparo poco acertado, dejó alojada una bala en la rueda delantera izquierda, a 15 cm del eje de giro. Hallar la velocidad lineal de la bala.
f.- Hallar la velocidad lineal de un punto de la periferia de las ruedas delanteras.
g.- Hallar la velocidad lineal de un punto de la periferia de las ruedas traseras.
h.- Hallar el número de vueltas que da cada una de las ruedas en 2 minutos.

11.- EJERCICIO FQ4EE2172:

En un parque de atracciones, una plataforma circular de 10 m de radio se encuentra girando, en un momento determinado, en torno a su eje, a 6 revoluciones por minuto (r.p.m.). Mientras se mantiene este movimiento circular uniforme:

a.- Hallar la velocidad angular de la plataforma en unidades del S.I.

b.- Hallar la velocidad lineal de un punto de la periferia de la plataforma.
c.- Hallar el espacio que recorre un usuario que se encuentra sentado a 3 metros del borde de la plataforma en los 15 segundos que dura el movimiento circular uniforme.
d.- Hallar el Periodo y la frecuencia del movimiento mientras se mantienen constantes las 6 revoluciones por minuto.

IR AL VIDEO QUE RESUELVE EL EJERCICIO: **https://youtu.be/NoZYb6SFqAo**

12.- Nuestro planeta Tierra, se puede considerar, sin que ello sea una aproximación muy disparatada, que realiza un movimiento circular uniforme alrededor del Sol, la traslación. Sabiendo que la Tierra se encuentra a 150 millones de km del Sol, hallar la velocidad de nuestro planeta en su viaje de traslación alrededor del Sol.

Deberíamos sorprendernos del resultado, en el sentido de que llevamos 4,6 miles de millones de años realizando este viaje a enorme velocidad. Realmente para flipar.

13.- Nuestro planeta Tierra, gira sobre sí mismo en torno a un eje que pasa por los Polos en su movimiento de rotación. Teniendo en cuenta que el radio de la Tierra es de 6371 km. Hallar la velocidad de algún punto del Ecuador de la Tierra, como consecuencia de su rotación.

Deberíamos reconocer que tampoco es ninguna broma esta velocidad. Con los resultados obtenidos en este ejercicio y en el anterior, me cuesta trabajo pensar que ni nos mareemos, ni nos despeinemos, teniendo en cuenta que estamos subidos en una especie de vagoneta que viaja a toda pastilla por el Universo, en el efecto combinado de la traslación y la rotación.

14.-(EJERCICIO FQ1BE2174) Una patineta eléctrica se mueve a una velocidad reglamentaria de 18 km/h por un carril bici. La rueda delantera tiene un diámetro de 30 cm y la trasera 20 cm de radio.

a.- Hallar la velocidad lineal de un punto de la periferia de cada una de las ruedas en unidades del Sistema Internacional.

b.- Hallar la velocidad angular de cada una de las ruedas en unidades del S.I. y en revoluciones por minuto.

c.- Indicar el periodo y la frecuencia de la rueda trasera.

ENLACE AL VIDEO QUE RESUELVE EL EJERCICIO: https://youtu.be/rIU9eYzytwg

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO (MCUA): (FQ1BP337)

Su trayectoria es una circunferencia, que recorre con una velocidad que varía uniformemente.

Recordando que el ángulo se mide en radianes (un radián es el ángulo cuyo arco equivale al radio).

De la definición de radián:

$$s = \varphi \cdot R$$
$$v = \omega \cdot R$$

una vuelta completa equivale a 2π radianes en ángulo y $2\pi R$ en espacio.

El Nºde Vueltas (N) se puede obtener:

$N=s/(2\pi R)$; donde s es el espacio recorrido

$N=\phi/(2\pi)$; donde ϕ es el ángulo girado en radianes

Como la velocidad va variando, DE MANERA UNIFORME EN ESTE TIPO DE MOVIMIENTO, se define la aceleración angular α, como:

$$\alpha = \frac{\omega}{t}$$

Que a un nivel superior es la expresión de que la aceleración angular es la derivada de la velocidad angular respecto del tiempo. Recordemos que derivada es aceleración.

Del mismo modo que con el MCU, esta incorporación del radián, nos permite asociar las fórmulas típicas del MRUA, al MCUA del siguiente modo, realizando el cambio:

Espacio s por ángulo ϕ

Velocidad lineal v por velocidad angular w

Aceleración lineal a por aceleración angular α

Siempre y cuando el ángulo esté en radianes, la velocidad angular en rad/s y la aceleración angular α en rad/s^2.

Las fórmulas entonces en este caso de MCUA:

$$\omega = \omega_o + \alpha \cdot t$$

$$\varphi = \varphi_o + \omega_o \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$$

$$\omega^2 = \omega_o^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \varphi$$

EJEMPLO 2:

Un disco que gira a 250 revoluciones por minuto frena completamente al cabo de 15 segundos.

a.- Hallar la aceleración angular.

b.- Hallar la velocidad angular a los 3 segundos de comenzar a frenar.

c.- Hallar el número de vueltas que da hasta que frena.

d.- Hallar la velocidad de un punto de la periferia del disco a los tres segundos de comenzar a frenar suponiendo que el disco tiene un radio de 20 cm.

En los Movimientos Circulares Uniformemente acelerados no tienen sentido las magnitudes periodo y frecuencia del MCU, ya que no se recorre la circunferencia a la misma velocidad durante todo el tiempo objeto de estudio.

Al igual que con el MCU es frecuente que en este tipo de ejercicios necesitemos pasar las “revoluciones por minuto” que nos dan como dato de la velocidad angular a rad/s. Se hará con factores de conversión como en el caso del MCU.

Respecto a las COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACELERACIÓN, el MCUA tiene aceleración normal (la velocidad cambia de dirección, al ajustarse a la circunferencia). Tambien tiene aceleración tangencial ya que al variar en módulo la velocidad, la derivada de esta velocidad no es nula.

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME:

El movimiento circular uniforme es consecuencia de una fuerza dirigida hacia el centro de la trayectoria circular, que se denomina Fuerza Centrípeta o normal.

Esta fuerza es la resultante de todas las fuerzas aplicadas y que producen el movimiento circular considerado.

$$\Sigma F = F_c = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

La Tierra en su movimiento alrededor del Sol, si suponemos que lleva un movimiento circular uniforme, está causada por la fuerza de atracción gravitatoria que el Sol produce sobre la Tierra. La fuerza gravitatoria es la fuerza centrípeta.

Lo mismo sucede con la fuerza de rozamiento cuando un coche toma una curva, con la tensión cuando hacemos girar una piedra atada con una cuerda o con la fuerza de atracción electrostática (debido a la diferencia de signo de las cargas) cuando los electrones giran alrededor del núcleo atómico.

El tratamiento que debe darse desde la segunda Ley de Newton es elegir un sistema de referencia tal que el eje considerado sea en dirección radial y positivo hacia el centro de la circunferencia, ya que la aceleración normal, la aceleración centrípeta es radial y dirigida hacia dentro.

EJEMPLO 3:

Un tiovivo gira dando 7 vueltas por minuto. La plataforma del tiovivo tiene un radio de 5 metros.

a.- Hallar la tensión que sufre una cuerda unida al eje central del tiovivo y que lleva sujeta una persona de 60 kg situada a 4 metros del eje central.

b.- Si la cuerda está preparada para soportar una tensión máxima de 125 N. ¿Se romperá la cuerda cuando la persona se coloca a 5 metros del eje central, en el borde de la plataforma del tiovivo?.

FUERZA GRAVITATORIA. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL:

Ley de Newton de Gravitación universal:

"La fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa; la línea de acción de la fuerza es la recta que une los dos cuerpos; la constante de proporcionalidad es G, que es universal e igual a $6{,}67 \cdot 10^{-11}$."

La expresión de la misma es además bastante lógica.

$$F_g = G\frac{m \cdot M}{r^2}$$

Esta es la fuerza que determina nuestro peso (fuerza con la que nos atrae la Tierra), es la fuerza con la que la Tierra atrae a la Luna, con la que el Sol nos atrae.

EJEMPLO 4:

Con los siguientes datos:

La masa de Alberto es de 85 kg de puro músculo.

El valor del R_{TIERRA}=6371 km

El valor de la M_{TIERRA}=5,972·10^{24} kg

El valor de la M_{LUNA}=7,349·10^{22} kg

El valor de la M_{SOL}=1,989·10^{30} kg

El valor de la distancia de la Tierra a la Luna es de 384400 km

El valor de la distancia de la Tierra al Sol 149,6 millones de km

El valor de G es de 6,67·10^{-11} N·m^2/kg^2

Hallar:

a.- El peso de Alberto. (La fuerza con la que la Tierra lo atrae)

b.- La fuerza con la que la Tierra atrae a un cuerpo de 1 kg.

c.- La fuerza con la que el Sol atrae a la Tierra.

d.- La fuerza con la que la Tierra atrae a la Luna.

e.- La fuerza con la que la Luna atrae a la Tierra.

OBTENCION DE LA TERCERA LEY DE KEPLER (P398)

APLICACIONES DE LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL. VELOCIDAD ORBITAL:

La velocidad orbital es la velocidad que debe tener un cuerpo para mantenerse en una órbita (circular por simplificación) alrededor de otro por el que se siente atraído gravitatoriamente hablando, de forma que su fuerza centrípeta equivalga a la Fuerza de atracción gravitatoria, o lo que es lo mismo: que se mantenga en movimiento circular uniforme como consecuencia de la presencia de esa fuerza gravitatoria.

Si suponemos que la trayectoria es circular, para que se mantenga ese movimiento circular, la fuerza gravitatoria debe ser precisamente la fuerza centrípeta:

(o visto de otra forma: $\sum F=m\cdot a_c$; $Fg=m\cdot a_c$).

En cualquier caso, si r es el radio de la órbita,m la masa del satélite, y M la masa del astro, la velocidad orbital se obtiene:

$$F_G = F_C$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\underbrace{\frac{v^2}{r}}_{a_c} \Rightarrow v^2 = \frac{G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}\cdot \cancel{r}}{\cancel{m}}$$

$$\boxed{v_{ORBITAL} = \sqrt{G\frac{M}{r}}}$$

Al considerar la órbita circular y el movimiento uniforme, la longitud de una órbita completa es la longitud de la circunferencia: $L=2\pi r$, con lo que el tiempo empleado en recorrerla, es decir el Período (T):

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_{ORBITAL}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}}$$

Si elevamos al cuadrado la expresión anterior:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$(T)^2 = \left(2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}\right)^2$$

$$\boxed{T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM}}$$

Con lo que obtenemos LA TERCERA LEY DE KEPLER:

$$\boxed{T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow T^2 = \underbrace{\frac{4\pi^2}{GM}}_{k} r^3 \Rightarrow \boxed{T^2 = k\cdot r^3}$$

Mediante la cual, conocido el tiempo que se tarda en dar una vuelta completa, la constante de gravitación universal y la masa del astro que atrae, podemos saber la distancia a la que nos encontramos.

EJEMPLO 5:

Con los siguientes datos:

El valor de la M_{SOL}=1,989·10^{30} kg

El valor de G es de 6,67·10^{-11} N·m^2/kg^2

Y sabiendo que la Tierra tarda 365 dias en dar una traslación completa al Sol, hallar la distancia de la Tierra al Sol.

ACTIVIDADES FINALES:

Con los siguientes datos, realizar las siguientes actividades:

El valor del R_{TIERRA}=6371 km

El valor del R_{LUNA}=1737 km

El valor de la M_{TIERRA}=5,972·10^{24} kg

El valor de la M_{LUNA}=7,349·10^{22} kg

El valor de la M_{SOL}=1,989·10^{30} kg

El valor de G es de 6,67·10^{-11} N·m^2/kg^2

El valor de la distancia de la Tierra a la Luna es de 384400 km

El valor de la distancia de la Tierra al Sol 149,6 millones de km

1.- (FQ1BE2641) Hallar la gravedad en la Tierra y la gravedad en la Luna.

Por gravedad entendemos g, la aceleración de la gravedad en un lugar determinado, el campo gravitatorio en un lugar determinado, que corresponde a la fuerza gravitatoria por unidad de masa que se sufre en ese punto en concreto.

Hallar tu peso en la Tierra y tu peso en la Luna.

2.- (FQ1BE2642) Teniendo en cuenta la distancia de la Tierra al Sol, y su periodo alrededor del mismo; sabiendo que la distancia de Marte al Sol (228 millones de km) y que su periodo es de 1,88 años terrestres, comprobar la tercera ley de Kepler.

Esto es, hallar el valor de k para el movimiento de la Tierra y el de k para el movimiento de Marte y contrastar los resultados obtenidos.

Una vez hallada este valor de k y conociendo el valor de G, comprobar el valor obtenido para la masa del Sol.

ENLACE MUY INTERESANTE, CON SIMULADOR DE MOVIMIENTO DE SATÉLITES:

http://www.eafit.edu.co/ninos/reddelaspreguntas/Paginas/como-se-sostienen-los-satelites.aspx

3.- (FQ1BE2643) Actualmente existen alrededor **de 18 000 objetos artificiales orbitando** alrededor **del planeta** Tierra**, muchos de** ellos son satélites operativos, pero la mayoría son basura espacial generada principalmente por Rusia, Estados Unidos y China.

La basura espacial es un tema de preocupación que sin duda comenzará pronto a tomar importancia.
Pese al pequeño tamaño de la mayor parte de los fragmentos, las vertiginosas velocidades a las que están sometidas, hacen de éstos una seria amenaza a cualquier misión que pueda ser efectuada en un futuro próximo.
Desde 1991, se han registrado al menos tres colisiones en la órbita terrestre por culpa de la basura espacial. Estas colisiones se irán multiplicando y, a la vez, aumentarán los objetos peligrosos en órbita.

Imagina un trozo de basura espacial que se encuentra a 37000 km de altura de la Tierra. Hallar la velocidad que debe tener para mantenerse en órbita sobre la Tierra.

DATOS: $G=6.67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; $M_T=5.98x10^{24}$ kg.

4.- (FQ1BE2644) Los satélites geoestacionarios son aquellos que realizan órbitas sobre el Ecuador Terrestre a la velocidad a la que gira la Tierra. El objetivo es permanecer encima del mismo punto del planeta. El primer satélite geoestacionario fue el Syncom 3, el cual fue lanzado desde el Campo Kennedy en

1964. El lanzamiento de este satélite experimental permitió probar comunicaciones y cubrió los Juegos Olímpicos de 1964 en Tokio para la televisión en vivo.

Hallar la altura de la órbita geoestacionaria.

DATOS:
$G=6.67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; $M_T=5.98x10^{24}$ kg.

5.- (FQ1BE2645) El Falcon 9, de la empresa Spacex, que despegará si se cumplen las predicciones el 10 de mayo de 2018, desde el Centro Espacial Kennedy en Florida, tiene una masa de aproximadamente 550 toneladas. Suponiendo que sus motores desarrollan una fuerza de 45 millones de newton, hallar la aceleración en el momento del despegue.

Si fuera capaz de mantener esa aceleración durante todo el tiempo que dura su ascenso, hallar la velocidad con la que alcanza la órbita geoestacionaria.

6.- (FQ1BE2646) Un satélite de 900 kg describe una órbita circular de radio 3RTierra.

a.- Calcular la aceleración del satélite en su órbita
b.- Deduce y calcula la velocidad orbital para dicho satélite

DATOS:$G=6.67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; $M_T=5.98x10^{24}$ kg.

7.- (FQ1BE2647) Un pequeño satélite artificial de 1000 kg de masa, destinado a la detección de incendios, describe una órbita circular alrededor de la Tierra cada 90 minutos. Calcule:

a.- La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite.
b.- La velocidad y la aceleración del satélite en su órbita.

DATOS:
$G=6.67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; $M_T=5.98x10^{24}$ kg.

7.2.- (EJERCICIO FQ1BE2173) Copernicus es un programa de Observación de la Tierra de la Unión Europea, que dispone de al menos 6 satélites Sentinel. De hecho actualmente el programa aporta datos de la erupción del volcán Cumbre Vieja en La Palma.
Supongamos que uno de esos satélites Sentinel está en órbita alrededor de la tierra tardando tres horas en dar una vuelta completa al planeta. En esta situación y con los datos que se aportan, hallar:

a.- La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite.
b.- La velocidad orbital que lleva.
c.- El valor de la aceleración de la gravedad a esa altura.

DATOS: $G=6.67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; $M_T=5.98x10^{24}$ kg.

ENLACE AL VIDEO QUE RESUELVE EL EJERCICIO: https://youtu.be/GipAoc-PQAc

8.- (FQ1BE2648) Un satélite de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra de radio 2 R_T. Calcular:

a.- La fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite
b.- El tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta a la Tierra.
c.- Dibujar las fuerzas que actúan sobre el satélite.

DATOS:G=6.67x10^{-11} Nm^2kg^{-2}.; R_T=6370 km; M_T=5.98x10^{24} kg.

9.- (FQ1BE2649) Un satélite de 500 kg de masa se mueve alrededor de Marte, describiendo una órbita circular a
61000 km de su superficie. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es 3,7 m/s^2 y que su radio es de 3400 km, calcula:

a) Fuerza gravitatoria sobre el satélite.
b) Velocidad y periodo del satélite.
c) ¿A qué altura debería encontrarse el satélite para que su periodo fuese el doble?

DATOS:G=6.67x10^{-11} Nm^2kg^{-2}.

10.- (FQ1BE2650) Un satélite de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra de radio 2·R_T. Calcula:

a.- La Fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite.
b.- El tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta a la Tierra.

DATOS: G=6,67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}; M_T=5,97·10^{24} kg; R_T=6370 km

11.- (FQ1BE2651) Un pequeño planeta de masa 3,0·10^{24} kg y radio 3000 km tiene un satélite a una altura de 3·10^5 km sobre la superficie del planeta. El satélite se mueve en una órbita circular con una masa de 200 kg. Calcula:

a.- La aceleración de la gravedad sobre la superficie del planeta.
b.- La fuerza gravitatoria que ejerce el planeta sobre el satélite.
c.- La velocidad del satélite.

DATOS: G=6,67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}

12.- (FQ1BE2652) Un satélite de 500 kg debe recorrer una trayectoria circular a 320 km encima de la superficie de un planeta de 5600 km de radio. La intensidad de campo gravitatorio en dicha superficie es de 6,5 N/Kg. Calcular:

a.- Velocidad del satélite.
b.- Aceleración normal

DATOS:G=6,67·10^{-11} Nm^2kg^{-2}

13.- (FQ1BE2653) Un meteorito de 400 kg de masa se dirige directo, en caída libre, hacia la Tierra desde una altura sobre la superficie terrestre h = 500 km.
Determinar:

a) El campo gravitatorio a dicha altura h.
b) Dibujar las fuerzas que actúan sobre el meteorito.
c) Hallar la fuerza que actúa sobre el meteorito

Datos: $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 ; $M_{Tierra} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_{Tierra} = 6370$ km

14.- (FQ1BE2654) Imaginemos que la Tierra es completamente esférica y que su radio es exactamente 6371 km.
Sabiendo que la altura del Everest es de 8848 metros.
El valor de la $M_{TIERRA}=5{,}972\cdot10^{24}$ kg.
El valor de G es de $6{,}67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$
Hallar el tiempo que tardaría un satélite hipotético, a una altura al menos 2 metros por encima del Everest para que no se estampe con él, en dar una vuelta completa a la Tierra en esa órbita super ajustada.
(SOL: 5073 s)

15.- (FQ1BE2655) Un pequeño satélite artificial de 1000 kg de masa, destinado entre otras funciones a la detección de poblaciones masivas de fitoplancton, describe una órbita circular alrededor de la Tierra cada hora.

Calcular:

a.- La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite. Añadir al cálculo de esa altura comentarios relevantes acerca del resultado, que pueden influir en la resolución del apartado b, que se pide a continuación.

b.- La velocidad y la aceleración del satélite en su órbita.

El valor de la $M_{TIERRA}=5{,}972\cdot10^{24}$ kg.
El valor de G es de $6{,}67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$
El valor del $R_{TIERRA}=6371$ km

16.- (FQ1BE2656) Si la Luna se encontrara a 10^5 km de la Tierra, ¿cuál sería su periodo de revolución alrededor de la misma?. Comparar el resultado con la situación real, que es aproximadamente de 28 días (exactamente de 27,3 días).

DATOS: $M_T=6\cdot10^{24}$ kg; $R_T=6350$ km; G=6,67·10-11; distancia real $_{(Tierra\text{-}Luna)}$=384000 km; $g_o=9{,}81$ N/kg.
SOLUC: 3,98 dias

17.- (FQ1BE2657) El período orbital de la Luna es de 28 días terrestres y el radio de su órbita, supuesta circular, vale 384 000 km. Con esos datos, calcula la masa terrestre, sabiendo que el valor de la constante de gravitación universal es: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ U.I. SOLUC: $5{,}73\cdot10^{24}$ kg

18.- (FQ1BE2658) Se descubren tres nuevos planetas, de los que se conocen los siguientes datos:

PLANETA	RADIO (km)	Densidad media ($kg \cdot m^3$)
A	4700	4300
B	4700	6200
C	4700	5400

Indica en cuál de los tres planetas X, Y o Z, será superior el peso de un mismo cuerpo.

19.- (FQ1BE2659) Dos masas m y m' están separadas una distancia R. Si las aproximamos hasta una distancia 0,1·R, el módulo de la fuerza gravitatoria que actúa entre ellas:

a) Dismimuye 100 veces.
b) Dismimuye 10 veces.
c) Aumenta 10 veces.
d) Aumenta 100 veces.

Elegir la respuesta correcta, trabajando con todo el rigor posible y razonando profundamente el resultado.

20.- (FQ1BE2660) Un satélite de 500 kg de masa se mueve alrededor de Marte, describiendo una órbita circular a
61000 km de su superficie. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es 3,7 m/s2 y que su radio es de 3400 km, calcula:

a) Fuerza gravitatoria sobre el satélite.
b) Velocidad y periodo del satélite.
c) ¿A qué altura debería encontrarse el satélite para que su periodo fuese el doble?

21.- (FQ1BE2661) Un pequeño planeta de masa $3{,}0 \cdot 10^{24}$ kg y radio 3000 km tiene un satélite a una altura de $3 \cdot 10^5$ km sobre la superficie del planeta. El satélite se mueve en una órbita circular con una masa de 200 kg. Calcula:

a) La aceleración de la gravedad sobre la superficie del planeta.
b) La fuerza gravitatoria que ejerce el planeta sobre el satélite
c) La velocidad del satélite.

$G=6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $M_T=5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T=6370$ km
Soluc: 22,23 N/m; 0,43 N; 81,2E7 m/s.

22.- (FQ1BE2662) ¿A qué distancia del centro terrestre está el punto donde se compensan la gravedad lunar y la terrestre, si la masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra?

Distancia $_{\text{Tierra-Luna}}$ = 384000 km
Soluc: 346088 km

23.- (FQ1BE2663) Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de radio 9380 km con un periodo de revolución de 7.65 h. Deimos, otro satélite de Marte, gira en otra órbita circular de radio 23460 km. Determine:

a) La masa de Marte.
b) El periodo de revolución del satélite Deimos.

Datos: $G=6.67\times10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}; $M_F=1.1\times10^{16}$ kg; $M_D=2.4\times10^{15}$ kg
SOLUC: 6,4·10^25 kg; 30,26 dias

24.- (FQ1BE2664) Un satélite de 10.000 kg orbita alrededor de la tierra a una velocidad de 4.2 km/s. Con los datos proporcionados calcular:

a) Radio de la orbita
b) Tiempo en dar 10 vueltas
c) Energía potencial gravitatoria del satélite (sólo para alumnos de 2º de Bachillerato).

Datos: $G=6.67\times10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}; $R_T=6370$ km; $M_T=5{,}97\cdot10^{24}$ kg

25.- (FQ1BE2665) Un satélite de 1000 kg se encuentra orbitando alrededor de la tierra a una altura de 300 km. Si sabemos que el radio de la tierra es de 6370 km y que la gravedad es de 9.8 m/s^2, calcular:

a) Velocidad lineal del satélite
b) Aceleración del satélite en la órbita
c) Periodo
d) Trabajo para poner el satélite en órbita (sólo para alumnos de 2º de Bachillerato).