

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 1 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

ACTIVIDAD 76 DEL PROYECTO ACHIMAGEC: TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA

CRITERIO FYQ 1BAC DE EVALUACIÓN 11, CONSOLIDACIÓN DE CRITERIO 9

INTENTAMOS DARLE SENTIDO AL CONTENIDO:

En Física, como en la vida, no siempre podemos obtener toda la información que deseamos sobre un fenómeno natural (o social), de ahí que las ecuaciones que nos han suministrado los “máquinas” de cada rama: Newton, Kepler,... sean estupendas, ya que con el álgebra y un poquito de cerebro y ganas (SIEE) podemos obtener ese dato que nos falta, despejándolo de la ecuación que nos han regalado ésos que estamos estudiando.



Podemos imaginar que es más fácil conocer el tiempo que tarda un astro en volver a una posición, que medir la distancia que lo separa de aquél por el que se siente atraído... de ahí que la tercera Ley de Kepler nos permita obtener lo difícil de medir a través de lo que nos puede resultar más o menos fácil de medir.

Lo mismo ocurre con la dinámica (las tres leyes de Newton) y Trabajo y Energía: en ocasiones podemos obtener cosas utilizando razonamientos dinámicos, que los razonamientos energéticos no nos permiten y a la inversa (por ejemplo el ejercicio 19, que no nos dan el ángulo); o es más fácil obtener lo que nos piden por razonamientos dinámicos y por razonamientos energéticos es más complicado (o más largo), con lo que aumentan nuestras posibilidades de equivocarnos.



“ Cuántas menos operaciones hacemos, menos probable es equivocarnos... y que el profe nos robe puntos por ello.”

<https://www.matematicasfisicaquimica.com/237-escuela-padres-matematicas-fisica-quimica/1369-ladron-puntos-consejos-roben-menos-puntos.html>

Intentaremos en determinados ejercicios y tareas que el alumno descubra y elija el método que más conveniente es en cada caso. De ahí el título de la actividad:

TRABAJO Y ENERGÍA Vs DINÁMICA



Vs : Versus, palabra latina que indica “frente”
(Tyson Vs Mohamed Alí)

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 2 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA:

La importancia de los números, sus operaciones y relaciones, así como el uso del álgebra es una cuestión de relevancia en Física y Química, así como en otras disciplinas. Un ejemplo de ello es la posibilidad de simplificación de determinados elementos presentes en las ecuaciones. A lo largo de las actividades observaremos como el dato de la masa del cuerpo, en determinadas ocasiones no afecta al resultado, ya que se puede simplificar. Aunque esto no siempre será así, intentaremos que el alumno no se sorprenda de que no se aporte determinado dato, con frecuencia y salvo error por omisión, ese dato no es necesario (por ejemplo el ejercicio 19 de esta relación, que no nos dan la masa).

Esto ya lo hemos visto con las Leyes de Kepler: la masa de un satélite no afecta al valor de su velocidad orbital.

Y por favor.... Contrastar los resultados obtenidos, reflexionar acerca del resultado si es coherente con la realidad. Si lanzamos un cuerpo hacia arriba, la velocidad tiene que disminuir. Y si va hacia abajo pues debe aumentar. El ejercicio 17 de esta actividad, el de la vagoneta de la montaña rusa, es un buen ejemplo de esta realidad.



SE PRETENDE CON ESTA DINÁMICA ADEMÁS, EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS:

- **COMPETENCIA LINGÜÍSTICA**
- **APRENDER A APRENDER**
- **MATEMÁTICA Y BÁSICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA**
- **SENTIDO DE INICIATIVA Y ESPÍRITU EMPRENDEDOR.**

COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA:

Es el resultado de la acción comunicativa dentro de prácticas sociales determinadas, en las cuales el individuo actúa con otros interlocutores y a través de textos en múltiples modalidades, formatos y soportes.

Precisa de la interacción de distintas destrezas, ya que se produce en múltiples modalidades de comunicación y en diferentes soportes. Desde la oralidad y la escritura hasta las formas más sofisticadas de comunicación audiovisual o mediada por la tecnología, el individuo participa de un complejo entramado de posibilidades comunicativas gracias a las cuales expande su competencia y su capacidad de interacción con otros individuos.

Instrumento fundamental para la socialización y el aprovechamiento de la experiencia educativa, por ser una vía privilegiada de acceso al conocimiento dentro y fuera de la escuela.

En la competencia en comunicación lingüística podemos destacar la interacción de los siguientes componentes:

-El componente lingüístico comprende diversas dimensiones: la léxica, la gramatical, la semántica, la fonológica, la ortográfica y la ortoépica, entendida esta como la articulación correcta del sonido a partir de la representación gráfica de la lengua.

-El componente pragmático-discursivo contempla tres dimensiones: la sociolingüística (vinculada con la adecuada producción y recepción de mensajes en diferentes contextos sociales); la pragmática (que

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 3 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

incluye las microfunciones comunicativas y los esquemas de interacción); y la discursiva (que incluye las macrofunciones textuales y las cuestiones relacionadas con los géneros discursivos).

-El componente socio-cultural incluye dos dimensiones: la que se refiere al conocimiento del mundo y la dimensión intercultural.

-El componente estratégico permite al individuo superar las dificultades y resolver los problemas que surgen en el acto comunicativo. Incluye tanto destrezas y estrategias comunicativas para la lectura, la escritura, el habla, la escucha y la conversación, como destrezas vinculadas con el tratamiento de la información, la lectura multimodal y la producción de textos electrónicos en diferentes formatos; asimismo, también forman parte de este componente las estrategias generales de carácter cognitivo, metacognitivo y socioafectivas que el individuo utiliza para comunicarse eficazmente, aspectos fundamentales en el aprendizaje de las lenguas extranjeras.

Por último, la competencia en comunicación lingüística incluye un componente personal que interviene en la interacción comunicativa en tres dimensiones: la actitud, la motivación y los rasgos de personalidad.

APRENDER A APRENDER:

«Aprender a aprender» es la habilidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, para organizar su propio aprendizaje y gestionar el tiempo y la información eficazmente, ya sea individualmente o en grupos.

Esta competencia conlleva ser consciente del propio proceso de aprendizaje y de las necesidades de aprendizaje de cada uno, determinar las oportunidades disponibles y ser capaz de superar los obstáculos con el fin de culminar el aprendizaje con éxito.

Dicha competencia significa adquirir, procesar y asimilar nuevos conocimientos y capacidades, así como buscar orientaciones y hacer uso de ellas.

MATEMÁTICA Y BÁSICA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA:

La competencia matemática implica la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto.

La competencia matemática requiere de conocimientos sobre los números, las medidas y las estructuras, así como de las operaciones y las representaciones matemáticas, y la comprensión de los términos y conceptos matemáticos.

Las competencias en ciencia y tecnología contribuyen al desarrollo del pensamiento científico, pues incluyen la aplicación de los métodos propios de la racionalidad científica y las destrezas tecnológicas, que conducen a la adquisición de conocimientos, la contrastación de ideas y la aplicación de los descubrimientos al bienestar social.

Estas competencias han de capacitar, básicamente, para identificar, plantear y resolver situaciones de la vida cotidiana –personal y social– análogamente a como se actúa frente a los retos y problemas propios de la actividades científicas y tecnológicas.

Para el adecuado desarrollo de las competencias en ciencia y tecnología resulta necesario abordar los saberes o conocimientos científicos relativos a la física, la química, la biología, la geología, las matemáticas y la tecnología, los cuales se derivan de conceptos, procesos y situaciones interconectadas.

El uso correcto del lenguaje científico es una exigencia crucial de esta competencia: expresión numérica, manejo de unidades, indicación de operaciones, toma de datos, elaboración de tablas y gráficos, interpretación de los mismos, secuenciación de la información, deducción de leyes y su formalización matemática.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 4 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

SENTIDO DE LA INICIATIVA Y ESPÍRITU DE EMPRESA:

Por sentido de la iniciativa y espíritu de empresa se entiende la habilidad de la persona para transformar las ideas en actos. Está relacionado con la creatividad, la innovación y la asunción de riesgos, así como con la habilidad para planificar y gestionar proyectos con el fin de alcanzar objetivos.

Asimismo, esta competencia requiere de las siguientes destrezas o habilidades esenciales: capacidad de análisis; capacidades de planificación, organización, gestión y toma de decisiones; capacidad de adaptación al cambio y resolución de problemas; comunicación, presentación, representación y negociación efectivas; habilidad para

trabajar, tanto individualmente como dentro de un equipo; participación, capacidad de liderazgo y delegación; pensamiento crítico y sentido de la responsabilidad; autoconfianza, evaluación y auto-evaluación.

APUNTES Y EJERCICIOS PARA FYQ 1º BAC: TRABAJO Y ENERGÍA / DINÁMICA

FQP350: TRABAJO, DEFINICIÓN:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

ENERGÍA:

En un contexto muy tradicional, en Física se define la Energía como la capacidad de realizar un trabajo.

ENERGÍA CINÉTICA (Ec):

Relativa al movimiento, sería la capacidad que tiene una partícula de realizar un trabajo en virtud de su movimiento, gracias a la velocidad que lleva.

Si yo lanzo una piedra contra un cristal, es capaz de realizar el trabajo de romperlo gracias a la velocidad que lleva. Esa capacidad de romper el cristal no sólo dependerá de la velocidad que lleva sino también de su masa; cuanto más masa más capacidad de romperlo, así como cuanto más velocidad. De ahí que la expresión de la Ec:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

ENERGÍA POTENCIAL (Ep):

Aparece asociada a FUERZAS CONSERVATIVAS.

Relativa a la posición, sería la capacidad que tiene una partícula de realizar un trabajo en función de la posición que tiene respecto de algo. Dos tipos fundamentales de Energías Potenciales que se utilizan en ejercicios:

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 5 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA:

Sería la capacidad que tiene una partícula de realizar un trabajo en función de la posición que tiene respecto de la superficie de la Tierra. Si yo dejo caer desde mi mano un martillo, tiene la capacidad de romperme el dedo gordo del pié. Más capacidad de romperlo a mayor altura y a mayor masa del martillo, de ahí que la expresión de la Energía Potencial Gravitatoria en las proximidades de la superficie terrestre, en 2º de bachillerato veremos una expresión más general, aplicable a cualquier punto del Universo afectado por un determinado campo gravitatorio:

$$E_{p_{GRAVITATORIA}} = m \cdot g \cdot h$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA:

Sería la capacidad que tiene una partícula de realizar un trabajo en función de la posición que tiene respecto de la posición de equilibrio de un resorte o dispositivo elástico. Si yo utilizo una tiradera (tirachinas) para lanzar una piedra contra un cristal, la piedra tiene la capacidad de romperlo, dependiendo de lo que yo estire la tiradera (posición respecto de la posición de equilibrio del elástico) y de la capacidad de compresión del dispositivo elástico (reflejado en la constante elástica K).

$$E_{p_{ELASTICA}} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$






ENERGÍA MECÁNICA (E):

Es la capacidad de realizar un trabajo en virtud del movimiento y de la posición. Es la suma de las Energía Cinética y Potencial.

$$E = E_c + E_p$$

FQP351: TEOREMA DE CONSERVACION DE LA ENERGIA MECANICA:

Como sabemos que la Energía potencial es un concepto asociado a Fuerzas conservativas, (fuerzas que aplicadas a una partícula, realizan un trabajo independiente del camino seguido en la transformación), de tal forma que el trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre una partícula es igual a la disminución de energía potencial que experimenta: $W_c = -\Delta E_p$

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 6 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA:

Cuando todas las fuerzas que aparecen en una transformación son conservativas, o las no conservativas no realizan trabajo (como ocurre con la Normal, Tensión...) en no pocas ocasiones, **SE CONSERVA LA ENERGÍA MECÁNICA**, esto es, se mantiene constante entre dos posiciones elegidas dentro de la transformación.

Si consideramos que las fuerzas pueden ser:

CONSERVATIVAS:

- El trabajo realizada por ellas sobre una partícula no depende del camino seguido en la transformación (no depende de la trayectoria).
- Son las que tienen asociada una Energía Potencial.
- Ejemplos de ellas son el Peso (en general las Fuerzas Gravitatorias), la Fuerza Elástica, las Fuerzas Electrostáticas.
- En ellas, el trabajo es igual a la disminución de Energía potencial que se experimenta.

$$(W_C = -\Delta E_p)$$

NO CONSERVATIVAS:

- El trabajo realizada por ellas sobre una partícula depende del camino seguido en la transformación (depende de la trayectoria).
- No llevan asociada ningún tipo de Energía Potencial. Se les denomina también disipativas.
- Ejemplos de ellas son el Rozamiento, Tensiones, la Normal... En general todas las que no se mencionan como Conservativas.

El TRABAJO TOTAL, será la suma del trabajo de las Conservativas y de las No Conservativas:

$$W_{TOTAL} = W_{FUERZAS CONSERVATIVAS} + W_{FUERZAS NO CONSERVATIVAS}$$






$$W_T = W_C + W_{NC}$$

El trabajo de las Conservativas:

$$W_C = -\Delta E_p$$

El trabajo Total, por el teorema de las Fuerzas Vivas:

$$W_T = \Delta E_c$$

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 7 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

Con lo que:

$$W_{\text{TOTAL}} = W_{\text{FUERZAS CONSERVATIVAS}} + W_{\text{FUERZAS NO CONSERVATIVAS}}$$

$\underbrace{\Delta E_c}_{\Delta E_c} = \underbrace{-\Delta E_p}_{-\Delta E_p} + W_{\text{NC}}$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p + W_{\text{NC}}$$

Despejando el W_{NC} :

$$\Delta E_c = -\Delta E_p + W_{\text{NC}}$$

$$W_{\text{NC}} = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E$$

$$\boxed{W_{\text{NC}} = \Delta E}$$

El trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la Energía Mecánica.

Que es lo que se conoce como TEOREMA DE LA ENERGÍA MECÁNICA.

Por ello, si el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a cero, o lo que es lo mismo, las fuerzas no conservativas presentes no realizan trabajo:

$$W_{\text{NC}} = \Delta E$$

CERO

$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_{\text{FINAL}} - E_{\text{INICIAL}} = 0$$

$$\boxed{E_{\text{FINAL}} = E_{\text{INICIAL}}}$$

La Energía mecánica se mantiene constante, no cambia.

Es lo que se conoce como TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA, que se usa muchísimo en ejercicios.

FQP371: RESUMEN FÓRMULAS TRABAJO Y ENERGÍA





TRABAJO, DEFINICIÓN:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA (FUERZAS VIVAS):

$$W = \Delta E_c = E_{c_{\text{FINAL}}} - E_{c_{\text{INICIAL}}}$$

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot d \cdot \cos \alpha \\ W = \Delta E_c = E_{c_{\text{FINAL}}} - E_{c_{\text{INICIAL}}} \end{array} \right\} F \cdot d \cdot \cos \alpha = E_{c_{\text{FINAL}}} - E_{c_{\text{INICIAL}}}$$

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 8 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

ENERGÍAS MECÁNICA, CINÉTICA Y POTENCIAL (GRAVITATORIA Y ELÁSTICA):

$$E = E_c + E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_{p_{\text{GRAVITATORIA}}} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p_{\text{ELÁSTICA}}} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (EN AUSENCIA DE ROZAMIENTOS):

$$E_{\text{INICIAL}} = E_{\text{FINAL}}$$

$$(E_c + E_p)_{\text{INICIAL}} = (E_c + E_p)_{\text{FINAL}}$$

AMPLIACIÓN, CONTENIDOS NO PROPIOS DE FYQ 1º BAC, PARA EL QUE LO DESEE CONSULTAR:

FP29: TEOREMA DEL TRABAJO Y DE LA ENERGIA CINETICA, TEOREMA DE LAS FUERZAS VIVAS:

Pretendemos calcular el trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa m , cuando la desplazamos desde la posición A hasta la posición B.

$$W = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot d\vec{v} \cdot \vec{v} = \dots$$






$$\left[\begin{array}{l} \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \\ \text{Como } \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{v} = v \cdot v \cdot \cos 0^\circ = v^2 \Rightarrow \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d(v^2)}{dt} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{d(v^2)}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{eliminando } dt \Rightarrow d\vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} d(v^2)$$

$$\dots = \int_A^B m \cdot \frac{1}{2} \cdot d(v^2) = \frac{1}{2} m \int_A^B d(v^2) = \frac{1}{2} m [v^2]_A^B = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$W_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \Delta E_c$$

"El trabajo total desarrollado sobre una partícula es igual a la variación de energía cinética que experimenta".

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 9 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

FP388: TRABAJO Y ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA:

Recordemos la expresión de la FUERZA GRAVITATORIA:

$$\vec{F}_g = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r \Rightarrow G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

Por otro lado se define el TRABAJO ELEMENTAL dW como:

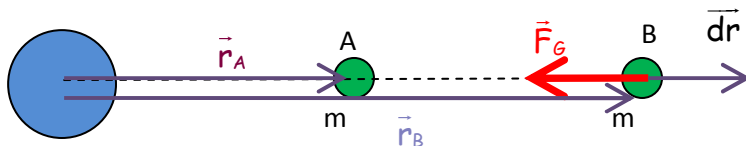
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Con lo que para obtener el TRABAJO entre dos posiciones hay que integrar la expresión anterior:

$$w_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B -G \frac{M \cdot m}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{r}$$

Si consideramos, para simplificar el desarrollo de la integral, la siguiente situación:

Una masa M que crea un campo, que afecta a una masa m , que la vamos a trasladar desde el punto A al punto B y deseamos obtener el trabajo que realiza la FUERZA GRAVITATORIA:



El trabajo para llevar la masa m , afectada por el campo gravitatorio que crea la masa M , desde la posición A a la posición B será: (notar como el ángulo que forma la fuerza gravitatoria con el desplazamiento infinitesimal $-dr$ es de 180°)

$$\begin{aligned} w_A^B &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F \cdot dr \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = \int_A^B -F \cdot dr = \int_A^B -G \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot dr = \\ &= -GMm \int_A^B \frac{dr}{r^2} = -GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = -GMm \left(-\frac{1}{r_B} \right) - \left[-GMm \left(-\frac{1}{r_A} \right) \right] = \\ &= - \left[GMm \left(-\frac{1}{r_B} \right) - GMm \left(-\frac{1}{r_A} \right) \right] \end{aligned}$$

Caer en la cuenta que en esta expresión se observa que el trabajo no depende de la trayectoria, sino sólo de la posición inicial (r_A) y de la posición final (r_B), ya que los demás términos son constantes, indicándonos de este modo también que la FUERZA GRAVITATORIA es CONSERVATIVA.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 10 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

Quando una fuerza es CONSERVATIVA, lleva asociada una ENERGÍA POTENCIAL, que por definición responde al fenómeno: “el trabajo que realiza una fuerza conservativa es a causa de la energía potencial que se pierde”; que puesto en forma de ecuación:

$$W_{\text{CONSERVATIVA}} = -\Delta E_{\text{POTENCIAL}} = -(E_{P_B} - E_{P_A})$$

Por asociación de términos, si el trabajo obtenido mediante la integral resultó ser:

$$W_A^B = - \left[GMm \left(-\frac{1}{r_B} \right) - GMm \left(-\frac{1}{r_A} \right) \right]$$

Y hemos visto que es CONSERVATIVA:

$$W_{\text{CONS}} = -\Delta E_P = -(E_{P_B} - E_{P_A})$$

$$W_A^B = - \left[\underbrace{GMm \left(-\frac{1}{r_B} \right)}_{E_{P_B}} - \underbrace{GMm \left(-\frac{1}{r_A} \right)}_{E_{P_A}} \right]$$

Con lo que tenemos ya la expresión de la ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA de una masa m en un punto afectado por el campo gravitatorio creado por una masa M:

$$E_{\text{POTENCIAL GRAVITATORIA}} = GMm \left(-\frac{1}{r_B} \right) = -\frac{GMm}{r}$$

FAQ1BP416 : EJERCICIOS-RECOMENDACIONES DINÁMICA TRABAJO Y ENERGIA, PARA 1º BAC:

1.- Tenemos un cuerpo m_1 apoyado sobre una mesa horizontal unido a otro m_2 mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable que pasa por la garganta de una polea (polea sin rozamiento y de masa despreciable). El cuerpo m_2 cuelga por el borde de la mesa, como decíamos unido al cuerpo m_1 . En esta situación se pide:

La tensión de la cuerda

La aceleración a la que se ven sometidos los dos cuerpos.

El espacio que ha recorrido el cuerpo m_2 , dos segundos después de dejar el sistema en libertad.

DATOS: $m_1=1$ kg; $m_2=2$ kg

2.- Realizar el ejercicio anterior suponiendo ahora que existe rozamiento entre la mesa y el cuerpo m_1 , caracterizado por un coeficiente de rozamiento igual a 0,1.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 11 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

3.- Dejamos caer un cuerpo de masa $m=7$ kg, a lo largo de un plano inclinado un ángulo de 30° respecto de la vertical, desde una altura $h=15$ metros. Hallar la velocidad con la que llega al final del plano inclinado suponiendo que no hay rozamientos.

Realizar el ejercicio por razonamientos dinámicos y energéticos y contrastar los resultados.

¿Depende este resultado del valor de la masa del cuerpo que desciende?.

4.-Realizar el ejercicio anterior suponiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es de 0,2.

5.-Tenemos un cuerpo m_1 apoyado sobre un plano inclinado 30° respecto de la horizontal a otro m_2 mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable que pasa por la garganta de una polea (polea sin rozamiento y de masa despreciable). El cuerpo m_2 cuelga por el borde del plano inclinado, como decíamos unido al cuerpo m_1 . En esta situación se pide:

La tensión de la cuerda

La aceleración a la que se ven sometidos los dos cuerpos.

El espacio que ha recorrido el cuerpo m_2 , dos segundos después de dejar el sistema en libertad.

DATOS: $m_1=1$ kg; $m_2=2$ kg

6.- Realizar el ejercicio anterior suponiendo ahora que existe rozamiento entre el plano inclinado y el cuerpo m_1 , caracterizado por un coeficiente de rozamiento igual a 0,1.

7.- Lanzamos cuerpo de masa $m=5$ kg, hacia arriba y a lo largo de un plano inclinado un ángulo de 20° respecto de la horizontal, con una velocidad de 8 m/s. Hallar por razonamientos dinámicos y energéticos la altura máxima que alcanza.

8.- Realizar el ejercicio anterior suponiendo que existe rozamiento, caracterizado por un coeficiente igual a 0,04.

9.- Para el ejercicio anterior, hallar la velocidad con la que vuelve al punto de partida, utilizando razonamientos energéticos.

10.-Tenemos un cuerpo m_1 apoyado sobre un plano inclinado 30° respecto de la horizontal a otro m_2 mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable que pasa por la garganta de una polea (polea sin rozamiento y de masa despreciable). El cuerpo m_2 se encuentra a su vez en otro plano inclinado un ángulo de 45° con respecto a la horizontal, como decíamos unido al cuerpo m_1 . En esta situación se pide:

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 12 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

- a.- La tensión de la cuerda
- b.- La aceleración a la que se ven sometidos los dos cuerpos.
- c.- Realizar el ejercicio, suponiendo que no hay rozamiento y suponiendo un rozamiento caracterizado por un coeficiente de 0,03.

DATOS: $m_1=1$ kg; $m_2=2$ kg

FQ1BP434: EJERCICIOS DE TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA/CINEMÁTICA PARA FYQ DE 1º BAC.

11.- Se lanza un cuerpo hacia arriba a lo largo de un plano inclinado de tal modo que recorre un espacio de 7 metros a lo largo del plano hasta que se para.

Hallar la velocidad con la que lo hemos lanzado.

- a) Utilizando razonamientos dinámicos/cinemáticos.
- b) Utilizando razonamientos energéticos.
- c) Hallar la altura que alcanza.

Se consideran los siguientes datos:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,2$$

$$g=9,8 \text{ m/s}^2.$$

12.- Se deja caer un cuerpo desde una altura h, de tal modo que se desliza por un plano inclinado sin rozamiento.

Hallar la velocidad con la que llega al final del plano:

- a) Utilizando razonamientos dinámicos.
- b) Utilizando razonamientos energéticos.

Se consideran los siguientes datos:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h=5 \text{ metros}$$

$$g=9,8 \text{ m/s}^2.$$

SOLUCIÓN: $v= 9,9 \text{ m/s}$; $t=2,02 \text{ s}$; $a= 4,9 \text{ m/s}^2$.

13.- Se deja caer libremente un cuerpo en la vertical desde una altura h.

Hallar la velocidad con la que llega al suelo:

- a) Utilizando razonamientos cinemáticos.
- b) Utilizando razonamientos energéticos.
- c) Comparar el resultado obtenido en este ejercicio con lo obtenido en el ejercicio 2 y hacer los comentarios pertinentes.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 13 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

Se consideran los siguientes datos: $h=5$ metros; $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

14.- Se lanza un cuerpo hacia arriba con una velocidad: $v = \sqrt{2gh}$.

Hallar la altura que alcanza:

- Utilizando razonamientos cinemáticos.
- Utilizando razonamientos energéticos.
- Comparar el resultado obtenido en este ejercicio con lo obtenido en el ejercicio 3 y hacer los comentarios pertinentes.

Se consideran los siguientes datos: $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

FQ1BP435: EJERCICIOS DE TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA/CINEMÁTICA PARA FYQ DE 1º BAC.

15.- Se lanza un cuerpo hacia arriba a lo largo de un plano inclinado.

Hallar el espacio que recorre a lo largo del plano inclinado:

- Utilizando razonamientos dinámicos.
- Utilizando razonamientos energéticos.

Se consideran los siguientes datos:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\mu = 0,15$$

$$v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$g=9,8 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{SOLUCIÓN: } s=6,27 \text{ m; } a=-7,97 \text{ m/s}^2; t=1,25 \text{ s}$$

16.- Se deja caer un cuerpo desde una altura h , de tal modo que se desciende por un plano inclinado con rozamiento.

Hallar la velocidad con la que llega al final del plano:

- Hallar la velocidad con la que llega al final del plano, utilizando razonamientos dinámicos.
- Hallar la velocidad con la que llega al final del plano, utilizando razonamientos energéticos.
- El trabajo del peso a lo largo del recorrido.
- El trabajo de la Normal a lo largo del recorrido.
- El trabajo de la Fuerza de Rozamiento a lo largo del recorrido.
- El trabajo Total (de todas las fuerzas) a lo largo del recorrido.
- La energía cinética inicial
- La energía cinética final
- Comparar los resultados obtenidos en los apartados f) y h) , extrayendo conclusiones del resultado

Se consideran los siguientes datos:

$$\alpha = 45^\circ; m = 10 \text{ kg; } h = 15 \text{ metros; } \mu = 0,2$$

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 14 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

17.- La vagoneta de una montaña rusa se eleva hasta una altura de 35 metros. A partir de esa altura se le deja deslizar completamente hasta completar el recorrido con las respectivas subidas y bajadas.

- a.- Hallar la velocidad de la vagoneta a una altura de 25 metros, despreciando el rozamiento.
- b.- Hallar la velocidad cuando llega al suelo, despreciando igualmente los rozamientos.
- c.- Teniendo en cuenta la velocidad con la que llega al suelo, hallar la aceleración que hay que comunicarle a los frenos para que pueda detenerse la vagoneta en 15 metros, suponiendo que este recorrido se desarrolla en la horizontal y en trayectoria rectilínea.

$$g=9,8 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{SOLUCION: } v_{25}=14 \text{ m/s ; } v=26,19 \text{ m/s; } a=-22.87 \text{ m/s}^2$$

18.- Se deja caer un cuerpo de 300 g de masa desde una altura de 2 metros desde lo alto de un plano inclinado 30°. Al llegar al final de este plano inclinado continúa por un plano horizontal. Hallar el espacio que recorre en el plano horizontal hasta que se detiene completamente, si tanto en el plano inclinado como en el horizontal está presente el rozamiento, caracterizado por un coeficiente $\mu=0,2$.

19.- Se lanza un cuerpo con una velocidad inicial de 15 m/s por un plano horizontal rugoso ($\mu=0,3$). Después de recorrer una distancia de 2 metros comienza a ascender por un plano inclinado, esta vez sin rozamiento, hasta detenerse. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$). Hallar la altura que alcanza en el plano inclinado.

$$\text{SOLUCIÓN: } v_1= 14,6 \text{ m/s; } h=10,88 \text{ m/s}$$

20.- Se lanza un cuerpo de 1 kg por un plano horizontal con rozamiento con velocidad de 20 m/s. Después de recorrer una distancia de 5 metros comienza a ascender por un plano inclinado 30°. Hallar la altura que alcanza si el coeficiente de rozamiento $\mu=0,2$.

21.- Se deja caer un cuerpo desde una altura de 15 metros por un plano inclinado 30° con respecto de la horizontal, al final del cual se encuentra con un plano horizontal de 30 metros. La masa del cuerpo es de 30 kg y el coeficiente de rozamiento $\mu=0,1$. Al final del plano horizontal se encuentra por otro plano inclinado 45° por el que podría ascender, con el mismo coeficiente de rozamiento.

Hallar la altura que consigue alcanzar en el segundo plano o bien si ello no fuera posible, el punto donde el cuerpo se detiene en el plano horizontal.

Realizar el ejercicio por razonamientos energéticos y dinámicos.

22.- En el parque acuático de atracciones “Guanarteme Park”, hay un tobogán con el que se consigue anular completamente el rozamiento. Nos dejamos caer desde una altura de 35 metros.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 15 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

- a.- Hallar la velocidad que alcanzamos cuando nos encontramos a una altura de 10 metros.
- b.- Hallar la velocidad con la que llegamos al suelo.

DATO: $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

23 AC76.- Dejamos caer un cuerpo cualquiera desde lo alto de un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal, desde 7 metros de altura. El cuerpo desliza por el plano inclinado en el que consideramos despreciable el rozamiento.

Al llegar a la base del plano inclinado se encuentra con un plano horizontal en el que sí que está presente el rozamiento, con un coeficiente de rozamiento $\mu=0.1$.

Hallar la distancia que recorre en el plano horizontal el cuerpo, hasta que se detiene.

DATO: $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

24 AC76.- Lanzamos un cuerpo por un plano horizontal con una velocidad de 35 m/s. El cuerpo recorre en el plano horizontal 15 metros hasta que se encuentra con un plano inclinado 30° por el que asciende.

El rozamiento está presente tanto en el plano horizontal, como en el plano inclinado por el que asciende, con un coeficiente $\mu=0.1$.

Hallar la altura que alcanza el cuerpo en el plano inclinado hasta que se detiene.

DATO: $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

25 AC76.- Se deja caer un cuerpo desde una altura de 5 m, por un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal. Al acabar el recorrido en este plano inclinado se encuentra con una superficie horizontal por la que avanza.





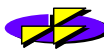
Si tanto en el plano inclinado como en el horizontal el rozamiento está presente y caracterizado por un coeficiente de valor $\mu=0,1$. Hallar el espacio que recorre en el plano horizontal hasta que se detiene.

DATO: $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

SOL: 41,33 m

26.- Desde una altura de 15 metros en lo alto de un plano inclinado 30° , se deja caer un cuerpo desde el reposo.

Al final del plano inclinado se encuentra con una superficie horizontal de 8 metros de largo que recorre hasta encontrarse con otro plano inclinado 45° , por el que asciende hasta que finalmente se detiene.

 INSTITUTOS DIOCESANOS		TRABAJO Y ENERGÍA VS DINÁMICA APUNTES Y EJERCICIOS	ACHIMAGEC
			FYQ 1BAC
			RECURSO CLASE 76
			Página 16 de 16
 C.P.E.S. Sta. Isabel de Hungría	 C.P.E.S. Santa Catalina	 C.P.E.S. Ntra. Sra. del Pilar	
Diócesis de Canarias. Delegación de Enseñanza. Institutos Diocesanos. Centros Concertados de ESO y BACHILLERATO			

Hallar:

- a.- la velocidad con la que llega al final del primer plano inclinado.
- b.- la velocidad con la que llega al final del plano horizontal.
- c.- la altura que alcanza en el segundo plano inclinado hasta que se detiene.
- d.- el espacio total que ha recorrido.

Considerar $g=9.8 \text{ m/s}^2$ y que el rozamiento está presente en todas las superficies y con un coeficiente de valor 0,2.

Realizar el ejercicio por razonamientos dinámicos y energéticos.

Repetir el ejercicio considerando que el rozamiento es despreciable.

SOLUC: $v_B = 13.86 \text{ m/s}$; $v_C = 12.68 \text{ m/s}$; $H = 6,84 \text{ m}$; $s_T = 30+8+9.67 = 47.67$; $a_1 = 3.2 \text{ m/s}^2$; $a_2 = -1.96 \text{ m/s}^2$; $a_3 = -8.32 \text{ m/s}^2$.