ACTIVIDAD 99 DEL PROYECTO ACHIMAGEC: RELATIVIDAD.

ASPECTOS FORMALES PARA DOCENTES, AL FINAL DEL DOCUMENTO

OBJETIVOS DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE:

Utilización de las transformaciones de Lorentz:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \cdot \Delta t_0 \Rightarrow \Delta t > \Delta t_0$$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2} \Rightarrow L < L_0$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \cdot m_0 \Rightarrow m > m_0$$

Todos hemos oído hablar de que **el tiempo es relativo**. No se trata de el fenómeno que sufrimos todos los días que el tiempo de recreo pasa mucho más rápido que el tiempo que pasamos en clase; o lo rápido que pasa el fin de semana frente a días normales de clase.

En el marco de la teoría de la relatividad, debida a Einstein, no mide el mismo tiempo un observador en movimiento que otro en reposo. Una exageración de esto lo podemos ver en la película: “Interstelar”.

Según las transformaciones de Lorentz, la relación entre el tiempo medido por un observador en reposo y otro en movimiento es:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma \cdot \Delta t_0$$

Donde:

c es la velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m/s;

Δt es el tiempo medido por un observador en reposo;

Δt_0 es el tiempo medido por un observador que se mueve a una velocidad v.

El término Mach se utiliza para referirnos a la velocidad del sonido; así decimos que si un avión va a una velocidad de mach 1, es que va a la velocidad del sonido; si va a 0,5 mach, es que va a la mitad de la velocidad del sonido. La velocidad del sonido en la atmósfera es de 343,2 m/s.

Con lo anterior, realizar la siguiente actividad:

ACTIVIDAD INICIAL:

Un Boeing 747 realiza el trayecto Las Palmas-New York. La distancia del trayecto es de 5445 km. La velocidad de crucero de este modelo de Boeing es de 0,85 mach.

a.- Hallar la velocidad del Boeing 747 en Km/h y en m/s.

b.- Hallar la duración del vuelo. En segundos, redondeando a la milésima y en horas, redondeando igualmente a la milésima.

c.- Supongamos ahora que ese tiempo es el que mide el reloj del piloto, desde que sale hasta que aterriza. Hallar en este caso y en el marco de la teoría de la relatividad el tiempo que mide la torre de control de Las Palmas.

d.- Obtener conclusiones razonadas acerca del entorno en el que es razonable utilizar la teoría de la relatividad.

CONTENIDOS TEÓRICOS:

Se muestran a continuación dos bloques, las transformaciones de Galileo, que forman parte de lo que se denomina la física clásica, y las de Lorentz, que entramos en una carretera de muchas curvas, en física relativista.

ECUACIONES DE TRANSFORMACIÓN DE GALILEO:

$$x = x' + v \cdot t \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = t'$$

Notar como aquí no hay ningún problema, las magnitudes que tienen “prima” responden a las magnitudes medidas por un observador que se mueve con una cierta velocidad v. Y las que no tienen “prima”, las medidas por un observador en reposo. En este caso el observador que se mueve lo hace en la dirección del eje OX. Notar como todo permanece igual, incluido el tiempo, salvo la posición en este eje OX, que está modificada como consecuencia de que el observador se mueve.

Para entendernos. Imaginemos un mar en calma, sin puntos de referencia en el horizonte, ni nada que nos permita comparar el movimiento con un punto fijo. En este entorno se mueven dos barcos paralelamente a la misma velocidad. Yo en un barco y Ana en otro. Ana me mira y no es capaz de decir que ella misma se mueve. Está en reposo respecto de mi. Yo la miro y lo mismo, estoy en reposo respecto de ella. Si tanto ella como yo nos miramos a los ojos… si nos preguntan tendremos que decir que no nos

estamos moviendo, puesto que no tenemos referencias que nos indiquen que estamos variando nuestra posición respecto del tiempo (eso es el movimiento).

Por otro lado, si Ana se mueve a 10 m/s y yo a 5 m/s en la misma dirección y sentido; y me preguntan cuál es la velocidad de Ana, tendré que decir que 5 m/s. Si me moviera en sentido contrario, a la misma pregunta diría que Ana se mueve a 15 m/s, con las referencias para el movimiento que tengo.

El problema es que cuando las velocidades son extremadamente grandes, cercanas a la velocidad de la luz, se producen unas incongruencias en las transformaciones de Galileo, porque la velocidad de la luz, a diferencia de las velocidades de Ana y mía se mantiene constante independientemente de la velocidad del observador y hay que utilizar las transformaciones de Lorentz.

CONSTANTES DE LAS TRANSFORMACIONES DE LORENTZ:

Surgen para explicar la constancia de la velocidad de la luz en todos los sistemas inerciales, tienen sentido en un contexto en el que los sistemas S' se mueven con velocidades elevadas.

Se definen:

$$\beta = \frac{u}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

u es la velocidad del sistema S' que se mueve
c es la velocidad de la luz
Si u es mucho menor que c, β se hace cero; γ=1, de modo que estaríamos en las transformaciones de Galileo.
No es posible superar la velocidad de la luz, ya que γ sería infinita o imaginaria, sin sentido físico.

Esto se aplica en los siguientes tres casos:

- **Dilatación relativista del tiempo**
- **Contracción relativista de las longitudes**
- **Masa relativista**

Que se exponen con ejemplos resueltos:

DILATACIÓN RELATIVISTA DEL TIEMPO:

LA TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ CORRESPONDIENTE A ESTE CASO:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0 \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{1}{\underbrace{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}_{<1}} \cdot \Delta t_0} \Rightarrow \Delta t > \Delta t_0$$

Notar que $\Delta t > \Delta t_0$ puesto que el cociente de velocidades es menor que 1, con lo que lo de dentro de la raiz es también menor que 1, con lo que la raiz es igualmente menor que 1. En resumen, el denominador es menor que 1, con lo que su inverso es mayor que 1, quedando $\Delta t > \Delta t_0$

Δt es el intervalo de tiempo medido por el observador en reposo.
Δt_0 , es el intervalo de tiempo medido por el observador que se mueve con velocidad u (es el tiempo propio).

CONCLUSIÓN QUE SE DESPRENDE DE LA ECUACIÓN:
El intervalo de tiempo, medido en un sistema de referencia respecto al cual el punto en el que ocurren los acontecimientos se está moviendo, es mayor que respecto a un sistema de referencia ligado a dicho punto. El tiempo transcurrido es menor en el sistema ligado al punto móvil. A ese tiempo se le llama tiempo propio.

El tiempo de un sistema en movimiento parece dilatarse respecto al tiempo medido en un sistema en reposo con el observador. El intervalo de tiempo para alguien que se mueve es menor, que para el que se mantiene en reposo.

EJEMPLO RESUELTO:

Un turista espacial adinerado, de 35 años de edad, realiza un viaje por las estrellas cercanas, a una velocidad de $1{,}5\cdot10^8$ m/s. Cuando regresa a la tierra y compra un periódico, observa que han pasado 40 años. ¿Qué edad parece tener el turista?
Dato: $c = 3\cdot10^8$ m/s

Estamos en un ejercicio que debe poner de manifiesto la "dilatación relativista del tiempo", POR LAS VELOCIDADES ELEVADAS a las que se está moviendo el observador. Las ecuaciones de la transformación correspondiente:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \cdot \Delta t_0 \Rightarrow \Delta t_0 < \Delta t$$

Δt es el intervalo de tiempo medido por el observador en reposo.
Δt_0, es el intervalo de tiempo medido por el observador que se mueve con velocidad u, es el tiempo propio.
"Desde el sistema de referencia en reposo el tiempo parece dilatarse (es mayor). El tiempo de un sistema en movimiento parece dilatarse respecto al tiempo medido en un sistema en reposo solidario con el observador."
Δt_0 es el tiempo que parece pasar (¿o realmente pasa?) para el viajero dentro de su nave.
Δt es el tiempo que pasa en la Tierra, en este caso los 40 años. Se entiende entonces que cuando obtengamos el Δt_0 nos dará un resultado inferior a los 40 años, aparentando el viajero menos edad de la que realmente debería tener, ya que para él el tiempo se dilata (pasa más lento).
Entonces, calculando Δt_0:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$40 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1,5\cdot \cancel{10^8}}{3\cdot \cancel{10^8}}\right)^2}} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-0,5^2}} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta t_0}{0,866}$$

$$\Delta t_0 = 40\cdot 0,866 = 34,64$$

La edad que parece tener el turista entonces es: los 35 años que tenía cuando inicia el viaje más los 34 años y pico que han pasado para él; esto es 69 años y pico, frente a los 35 más los 40 que pasaron en la Tierra (75 años) si se hubiera quedado en la Tierra. Parece claro que merece la pena realizar viajes espaciales. Todo esto tiene sentido a velocidades elevadas. Si queremos probar con velocidades habituales, aunque enormes, no se notaría apenas diferencia.

EJERCICIO PROPUESTO 1:

Tenemos dos hermanos gemelos de 25 años. Uno de ellos decide realizar un viaje como autoregalo de cumpleaños, para visitar las galaxias cercanas. Este viaje lo realiza en una nave último modelo que viaja a una velocidad de 190000 km/s. Cuando el hermano viajero regresa a la Tierra, comprueba comprando un periódico que han pasado 15 años. Hallar la edad que tiene ahora cada uno de los gemelos.

Dato: $c = 3\cdot 10^8$ m/s

EJERCICIO PROPUESTO 1-2:

Vega es una estrella de la constelación de la Lira. Es la quinta estrella más brillante del cielo nocturno y está relativamente cerca, a sólo 25 años luz de la Tierra.

Una nave espacial parte hacia ella, con una velocidad de 0,82c ($2,46\cdot 10^8$ m/s). Calcular el tiempo en años que invierte la nave en alcanzar dicha estrella, según los relojes terrestres y según los relojes de a bordo.
DATO: $c=3\cdot 10^8$ m/s

EJERCICIOS PROPUESTOS EBAU CANARIAS DE DILATACIÓN DEL TIEMPO (2001 A 2019):

EJERCICIO 2:

4.- Una nave interestelar parte hacia la estrella Sirio situada a 8,7 años luz de la tierra viajando a una velocidad de 0,85 c. Calcule el tiempo (expresado en años) que invierte la nave en alcanzar dicha estrella según los relojes terrestres y según los relojes de a bordo.

EJERCICIO 3:

1.- Una nave espacial parte desde la Tierra hacia un cúmulo globular situado a 100 años-luz de distancia. Si el viaje se realiza a una velocidad de 0,995·c. ¿cuánto tiempo se ha empleado en el viaje para observadores terrestres? ¿Y para los pasajeros de la nave?

CONTRACCIÓN RELATIVISTA DE LAS LONGITUDES:

LA TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ CORRESPONDIENTE:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow \boxed{L = L_0 \cdot \underbrace{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}_{<1}} \Rightarrow L < L_0$$

Lo, es la longitud observada por quien se encuentra en reposo, por ejemplo- en la Tierra.
L, es la longitud observada por el sistema de referencia en movimiento, por ejemplo en la nave.

Notar que $L < L_0$ puesto que el cociente de velocidades es menor que 1, con lo que lo de dentro de la raiz es también menor que 1, con lo que la raiz es igualmente menor que 1. En resumen, quedando $L < L_0$.

CONCLUSIÓN A LA VISTA DE LA ECUACIÓN:

Desde un sistema de referencia en reposo, la longitud de algo que se mueve parece mayor que lo que mediría un observador moviendose con él (contracción de Fitzgerald-Lorentz).

La L_o, es la longitud que mediría un observador en reposo que mira a la nave que se mueve con velocidad u. La transformación nos indica que este observador en reposo mediría una distancia mayor.

EJEMPLO RESUELTO 1 DE CONTRACCIÓN DE LAS LONGITUDES:

Una varilla, cuya longitud en reposo son 3 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,8 c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo?

Dato: $c = 3\cdot10^8$ m/s

RESOLUCIÓN:

Respecto a la longitud, utilizando la transformación correspondiente:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2} \Rightarrow L < L_0$$

Lo,es la longitud propia (observada por quien se mueve con la barra); es la longitud de la barra que mediría alguien que se mueve con la barra; en este caso L_0 es 3 m, sencillamente la longitud de la barra en reposo.

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$$

$$L = 3\,m \cdot \sqrt{1-\left(\frac{0,8\cancel{c}}{\cancel{c}}\right)^2} = 3\cdot\sqrt{1-0,8^2} = 3\cdot\sqrt{0,36} = 3\cdot 0,6 = 1,8\ m$$

Que como podemos ver la longitud observada desde un sistema de referencia en reposo de algo que se mueve a altas velocidades parece menor que la longitud que mediría un observador moviéndose con la barra –longitud propia de la barra- (contracción de Fitzgerald). Todo esto tiene sentido a velocidades elevadas. Si queremos probar con velocidades habituales, aunque enormes, no se notaría apenas diferencia.

EJEMPLO RESUELTO 2 DE CONTRACCIÓN DE LAS LONGITUDES:

Tenemos una barra de hierro que mide 1 m. La barra se mueve paralelamente a su dimensión longitudinal tal y como lo haría si fuera una flecha, con una velocidad de 0,8 veces la velocidad de la luz respecto de un observador. Hallar la longitud de la barra que mide el observador.
Dato: $c = 3\cdot10^8$ m/s

RESOLUCIÓN:

$$L = L_0 \cdot \underbrace{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}_{<1} \Rightarrow L < L_0$$

Lo,es la longitud propia (observada por quien se mueve con la barra); es la longitud de la barra que mediría alguien que se mueve con la barra; en este caso L_0 es 1 m.

Calculamos L, la longitud de la barra que queda, según la fórmula que expresa la contracción de Fitzgerald:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$$

$$L = 1\,m \cdot \sqrt{1-\left(\frac{0{,}8\,\cancel{c}}{\cancel{c}}\right)^2} = 1 \cdot \sqrt{1-0{,}8^2} = 1 \cdot \sqrt{0{,}36} = 1 \cdot 0{,}6 = 0{,}6\ m$$

Que como podemos ver la longitud observada desde un sistema de referencia en reposo de algo que se mueve a altas velocidades parece menor que la longitud que mediría un observador moviéndose con la barra –longitud propia de la barra- (contracción de Fitzgerald)

EJERCICIO PROPUESTO 1 DE CONTRACCIÓN DE LAS LONGITUDES (E1963), EBAU CANARIAS 2013:

Quizás en un futuro podamos hablar de "una nave fabricada en la Tierra, de 50 m de longitud, de la que los habitantes de una colonia del planeta Marte, dijeron que medía 49,9 m, cuando pasó por delante de ellos". Suponiendo que el movimiento relativo de la nave respecto de los habitantes de la colonia, era de traslación uniforme en la dirección y sentido del movimiento de éstos ¿a qué velociad viajaba la nave, respecto de los habitantes de la colonia?
Dato: c = $3 \cdot 10^8$ m/s

SOLUCIÓN: 18973 km/s

EJERCICIOS PROPUESTOS EBAU CANARIAS DE CONTRACCIÓN DE LAS LONGITUDES (2001 A 2019):

EJERCICIO 4

1.- Una varilla, cuya longitud en reposo es de 2 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,7·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X?

EJERCICIO 4

4. Una varilla, cuya longitud en reposo es de 3 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una cierta velocidad. ¿Cuál será el valor de dicha velocidad para que la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X sea de 1m?

EJERCICIO 5

1.- Una varilla, cuya longitud en reposo es de 3 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,8·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X?

EJERCICIO 6

1.- Una varilla, cuya longitud en reposo es de 2 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,7·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X?

EJERCICIO 7

4.- Escribe la ecuación matemática que nos da la longitud de un objeto que se mueve a velocidades próximas a la de la luz. Una varilla, que tiene una longitud de 1 m parada, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,8c. ¿Cuál será la longitud de la varilla que medirá un observador situado en reposo sobre el eje X?

EJERCICIO 8

1. Una varilla, cuya longitud en reposo es de 3 m, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,8·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X?

EJERCICIO 9

1) Un cohete tiene una longitud de 20 m cuando se encuentra en reposo respecto de la Tierra. Suponga que se aleja de la Tierra a una velocidad de 0.8 c, siendo c la velocidad de la luz. ¿Qué longitud tendría el cohete para un observador terrestre? ¿y si se aleja a una velocidad de 0.01 c?

EJERCICIO 10

3) Una regla de dos metros de longitud se mueve con respecto de un observador en reposo con una velocidad de 0.8 c, en dirección paralela a la propia regla ¿Qué longitud tiene la regla para el observador en reposo? ¿Cuánto tiempo tarda la regla en pasar por delante del observador en reposo?

EJERCICIO 11, de STAR TREK:

Un centinela del Imperio Klingon, desde su planeta Qo'nos, en el Cuadrante Beta, mientras realiza su guardia, informa a su comandante que el nuevo modelo de nave Enterprise, cuando pasa por delante de él mide 790.8 metros de largo.

El Klingon fue arrestado, por inepto, ya que su comandante sabía que esa nave, fabricada en la Tierra mide exactamente 823.5 metros.

Suponiendo que el movimiento de la nave respecto del centinela era de traslación uniforme en la dirección y sentido del movimiento del centinela, y teniendo en cuenta que te has convertido en asesor científico del abogado defensor del pobre Klingon, argumenta con detalle los motivos por los que el acusado de inepto es absolutamente inocente.

Dato: $c=3\cdot10^8$ m/s

MASA RELATIVISTA:

La masa de un cuerpo aumenta con la velocidad, de tal manera que, cuando la velocidad v se aproxima mucho a c, la masa se hace infinitamente grande. Esto significa que la fuerza necesaria para acelerar un cuerpo hasta la velocidad de la luz es infinita, razón por la que ningún cuerpo con masa puede alcanzar dicha velocidad.

Con lo que el alumno puede pensar en este momento que nada de lo visto tiene sentido, ya que si no podemos poner nada a velocidades próximas a la de la luz… ¿para qué estamos viendo esto?. Se deja aquí como reflexión de estos aspectos del conocimiento de nivel en Física.

La transformación de Lorentz correspondiente:

$$m = \gamma \cdot m_0 \Rightarrow m = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}}_{>1} \cdot m_0 \Rightarrow m > m_0$$

m_0 es la masa en reposo del cuerpo (masa propia).
m es la masa relativista, (tambien denominada masa inercial), que depende de la velocidad con la que se mueva el cuerpo y que coincide con la masa en reposo cuando el cuerpo se mueve a velocidades muy inferiores a la velocidad de la luz.

Como consecuencia de esto, se define la energía relativista de un cuerpo como $E=m\cdot c^2$
Y la energía en reposo de una partícula como $E_0=m_0\cdot c^2$

En general se denominan **partículas relativistas** a las partículas elementales que se mueven a **velocidades relativistas** (aquellas que son un porcentaje significativo de la velocidad de la luz y que nos obliga a considerar los efectos de la relatividad a través de las transformaciones de Lorentz).
Se puede hablar de que para velocidades mayores o iguales que 0.2 c, las variaciones son de un 2% en el factor gamma de Lorentz, lo cual puede ser considerado como una variación mínimamente significativa en las mediciones.
Si la velocidad es mayor o igual que 0.75 c, el factor de Lorentz hace que las variaciones con respecto a la mecánica clásica sea superior al 50%.

EJEMPLO RESUELTO 1 DE MASAS RELATIVISTAS:

Una varilla, cuya masa en reposo es de 10 kg, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0,8 c. ¿Cuál será la masa de la varilla medida por un observador situado en reposo?
Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

RESOLUCIÓN:
Respecto a la masa:
La masa de un cuerpo aumenta con la velocidad, de acuerdo con:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

m_0 es la masa en reposo del cuerpo (masa propia); m es la masa inercial de la partícula.
Según la transformación anterior, y teniendo en cuenta que m_0 son 10 kg

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$m = \frac{10}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,8\cancel{c}}{\cancel{c}}\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{10}{0,6} = 16,67 \text{ kg}$$

Que como podemos ver es superior a la masa en reposo, a la masa del cuerpo.
Todo esto tiene sentido a velocidades elevadas. Si queremos probar con velocidades habituales, aunque enormes, no se notaría apenas diferencia, según la teoría de la relatividad.

EJEMPLO RESUELTO 2 DE MASAS RELATIVISTAS:

A qué velocidad tiene que moverse un cuerpo para que su masa en movimiento sea el doble que la masa en reposo.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

RESOLUCIÓN:
La masa de un cuerpo aumenta con la velocidad, de acuerdo con

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

m_0 es la masa en reposo del cuerpo (masa propia); m es la masa inercial de la partícula.

Según la transformación anterior, y teniendo en cuenta que nos dice el problema que $m=2m_0$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

$$2\cancel{m_0} = \frac{\cancel{m_0}}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

Elevando al cuadrado:

$$\left(\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$1-\frac{u^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{c^2-u^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow c^2-u^2 = \frac{c^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{c^2-\frac{c^2}{4}}_{\frac{3}{4}c^2} = u^2 \Rightarrow u^2 = \frac{3}{4}c^2 \Rightarrow u = \sqrt{\frac{3}{4}c^2} = 0{,}866\,c$$

Que es una velocidad considerable.

EJERCICIOS PROPUESTOS EBAU CANARIAS DE MASAS RELATIVISTAS:

EJERCICIO 11

Una varilla tiene una longitud y una masa de *5 m* y *20 kg* respectivamente, cuando la medición se realiza por un observador en reposo respecto de la varilla. Cuál será la longitud y la masa de la varilla, medidas por un observador que se mueve con una velocidad de *0.6c* respecto de la varilla a lo largo de la dirección que define la varilla. (1 pto.)

EJERCICIO 12

2.- Una varilla, cuya longitud y masa en reposo son 3 m y 10 kg respectivamente, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0.8·c. ¿Cuál será la longitud y la masa de la varilla medida por un observador situado en reposo sobre el eje X? (1 pto.)

EJERCICIO 13

3.- Una barra metálica mide 10 cm de longitud y tiene 10 g de masa cuando está en reposo respecto de un observador. A continuación, la barra se aleja de dicho observador a una velocidad constante de 0.7c. Qué nueva longitud y masa mide el observador en estas condiciones.
Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

EJERCICIO 14

2.- Un observador en reposo respecto de una varilla realiza una medición y obtiene una longitud y una masa de *10 m* y *25 kg*, respectivamente. Cuál será la longitud y la masa de la varilla, medidas por un observador que se mueve con una velocidad de *0.5c* respecto de la varilla, a lo largo de la dirección que define la varilla.

EJERCICIO 15

1.- Una varilla, cuya longitud en reposo es de 5 m y que tiene 1kg de masa, está colocada a lo largo del eje X de un sistema de coordenadas, y se mueve en esa dirección con una velocidad de 0.3·c. ¿Cuál será la longitud de la varilla y la masa medida por un observador situado en reposo sobre el eje X? Dato: $c=3x10^8$m/s

EJERCICIO 16

1. Considere una superficie metálica de Níquel, perfectamente pulida, para la que el trabajo de extracción vale 5.35 eV. Se ilumina esta superficie con una luz monocromática y se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de 5×10^6 m/s. Calcule:

a. La frecuencia umbral y la frecuencia de la luz monocromática incidente.
b. La longitud de onda de De Broglie de los electrones de velocidad máxima emitidos.
c. La masa relativista de los electrones de velocidad máxima emitidos. En base al resultado obtenido ¿son estos electrones de tipo relativista? Razone su respuesta.

Datos: $h=6.63\times10^{-34}$ J·s; $c=3\times10^8$ m/s; $m_e=9.11\times10^{-31}$ kg; eV $=1.60\times10^{-19}$ J

ENERGÍA RELATIVISTA:

La ENERGÍA RELATIVISTA TOTAL de un cuerpo es la suma de su energía cinética y su energía en reposo:

$$E = E_c + E_0$$

$$E_c = m \cdot c^2$$

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

Donde m es la masa relativista (expresión de Lorentz) y m0 es la masa en reposo del cuerpo. La masa relativista y la masa en reposo coinciden cuando el cuerpo se mueve a velocidades muy inferiores a la velocidad de la luz, pero tiende a infinito cuando su velocidad se aproxima a c.

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow m > m_0$$

Por ello, LA ENERGÍA CINÉTICA RELATIVISTA:

$$E = E_c + E_o \Rightarrow E_c = E - E_o$$

$$E_{c\ \text{RELATIVISTA}} = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{c\ \text{RELATIVISTA}} = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right)}$$

EJERCICIO F2BE2486. DE MASAS Y ENERGÍAS RELATIVISTAS, CUANDO NOS MOVEMOS A VELOCIDADES PRÓXIMAS A LA DE LA LUZ:

a.- Teniendo en cuenta la masa del electrón en reposo, hallar la velocidad que ha alcanzado un electrón en el acelerador de partículas, si su masa se ha hecho 15 veces mayor.

b.- Hallar la energía relativista del electrón. [$E = m \cdot c^2$]

c.- Hallar el valor de la energía cinética ganada por el electrón. [Ec = E - Eo]

d.- Hallar la energía cinética del electrón, según la fórmula clásica. [$Ec = 1/2\ m \cdot v^2$, que no es lo correcto, ya que se mueve a velocidades próximas a la de la luz. Lo correcto es la diferencia entre su energía relativista total y su energía en reposo]

DATO: me=9,11E-31 kg; c=3E8 m/s

SOLUCIONES: 0,998c m/s; 1,23E-12 J; 1,15E-12 J; 6,11E-13 J

EJERCICIOS 17: PROPUESTOS POR LA COORDINACIÓN EBAU CANARIAS AL RESPECTO DE ESTE CONTENIDO

Relatividad

- Una partícula elemental se forma en la alta atmósfera a 20 km de altura, por la acción de la radiación del Sol sobre sus moléculas, y alcanza una velocidad de 0'8 c. ¿Cuánto tiempo habrá durado su viaje hasta la superficie terrestre: (a) para la propia partícula, (b) para los habitantes de la Tierra?
- Un avión de 40 m en reposo, se desplaza con una velocidad de 900 km/h. ¿Cuánto varía su longitud?
- Un protón, cuya masa es m_p = 1 u.m.a. es acelerado por un campo electrostático local hasta que alcanza un velocidad de 0'8 c. ¿Cuánto ha variado su masa? Razona la respuesta. Nota: 1 u.m.a = $1'6605 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Si un nucleón de masa 1 u.m.a. se desintegrase convirtiéndose completamente en energía cuál sería su valor en julios. Nota 1.u.m.a. vale $1'6605 \cdot 10^{-27}$ kg.

EJERCICIO 18:

Una partícula cargada de 2 mg de masa en reposo, por efecto de aplicarle una diferencia de potencial considerable, adquiere una velocidad de $1{,}3 \cdot 10^8$ m/s. Hallar la masa de la partícula cuando se está moviendo a esa velocidad. DATO: c = $3 \cdot 10^8$ m/s

EJERCICIO 19:

En el encuentro anual de carreras de escobas de los Colegios de Magia y Hechicería, Draco Malfoy es el participante seleccionado de Hogwarts, con su Nimbus 2020 último modelo, para esta prueba cronometrada.

Dumbledore desde la tribuna, en el viaje de ida y vuelta de Draco mide 5 minutos y medio, a lo que Draco presenta una reclamación, puesto que él en su escoba y con su reloj, ha medido exactamente 4 minutos.

a.- Podrías tranquilizar a Draco, explicando con todo lujo de detalles, que tanto él como Dumbledore tienen razón.

b.- Hallar la velocidad a la que se mueve Draco.

c.- El esmirriado de Drago, tuvo que pesarse antes de la prueba, para saber la categoría en la que participaba y resultó tener en ese momento, una masa de 67 kg. Hallar su masa relativista la masa que se observa mientras está completando el recorrido.

d.- Si el modelo Nimbus 2020, tiene una longitud de 2,03 m, incluido el penacho de la escoba, hallar la longitud que parece tener, para Dumbledore, mientras se está moviendo.

e.- Hallar la distancia que ha tenido que recorrer Draco.

DATO: $c=3\cdot10^8$ m/s

EJERCICIO 20:

Un voluntario, con muy poca Competencia Básica en Ciencia y Tecnología, que se ha ofrecido a medir los efectos que en la salud producen los viajes espaciales a alta velocidad, se sorprende de que al regreso de la misión, en la Tierra han transcurrido 20 días, mientras que en el reloj de a bordo y en el calendario que él mismo llevó durante el viaje, sólo han pasado 18 días. Por ello está al borde de un ataque de nervios.

La situación se complica porque al comprobar su peso en la báscula de la nave, mientras realizaba el viaje, observa que tiene un peso de 96 kg (tener en cuenta que en realidad debería decir una masa de 96 kg, pero no tiene la competencia científica), lo que le parece una pasada y piensa reclamar daños por alimentación inapropiada durante el viaje.

a.- Tranquilizar al viajero, con argumentación suficiente, apoyándose en las Leyes y Teorías Físicas correspondientes.

b.- Hallar la velocidad que llevó la nave durante la misión, suponiendo que la misma fue constante en todo el viaje.

c.- Indicarle, con los razonamientos apropiados, el peso (la masa) que en realidad tiene el viajero.

d.- Hallar la longitud de la nave que se percibe desde un observador situado en la Tierra, mientras realiza el viaje, sabiendo que cuando se construyó midió 149 metros.

e.- Hallar la distancia que recorrió la nave y plantearse si coincide con la que mediría el viajero.

DATO: $c=3\cdot10^8$ m/s

ASPECTOS FORMALES PARA DOCENTES

SE PRETENDE CON ESTA DINÁMICA ADEMÁS, EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS:

APRENDER A APRENDER:

«Aprender a aprender» es la habilidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, para organizar su propio aprendizaje y gestionar el tiempo y la información eficazmente, ya sea individualmente o en grupos.
Esta competencia conlleva ser consciente del propio proceso de aprendizaje y de las necesidades de aprendizaje de cada uno, determinar las oportunidades disponibles y ser capaz de superar los obstáculos con el fin de culminar el aprendizaje con éxito.
Dicha competencia significa adquirir, procesar y asimilar nuevos conocimientos y capacidades, así como buscar orientaciones y hacer uso de ellas.

COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BÁSICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA:

La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos.
La competencia en materia científica alude a la capacidad y la voluntad de utilizar el conjunto de los conocimientos y la metodología empleados para explicar la naturaleza, con el fin de plantear preguntas y extraer conclusiones basadas en pruebas.

SENTIDO DE LA INICIATIVA Y ESPÍRITU DE EMPRESA:

Por sentido de la iniciativa y espíritu de empresa se entiende la habilidad de la persona para transformar las ideas en actos. Está relacionado con la creatividad, la innovación y la asunción de riesgos, así como con la habilidad para planificar y gestionar proyectos con el fin de alcanzar objetivos.

VALORACIÓN SUBJETIVA PARA EL ALUMNO:

Si has sido capaz de realizar el 100% de las actividades correctamente y además has colaborado en la realización por parte de un compañero de alguno de los ejercicios, puedes sentirte muy orgulloso de tu capacidad de trabajo y esfuerzo, y te damos permiso para que les digas a tus padres que deben sentirse realmente orgullosos de ti. Esperamos que con ello consigas privilegios familiares. Sigue en esa línea y estarás en el camino del éxito. Esto es sólo física y algo de realidad inventada, pero estamos seguros que con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional.

Si has sido capaz de realizar el 75 % de las actividades correctamente, estás en un nivel muy alto de aplicación de contenidos de alto nivel y debes sentirte orgulloso. Puedes indicarlo así a tu familia y deseamos que te den una palmadita en la espalda. Esto es sólo física, pero estamos seguros que con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional. Te damos permiso para que así lo comentes en tu entorno familiar.

Si has sido capaz de realizar la mitad de las actividades correctamente, en solitario o en grupo, seguramente no has puesto todo el interés en realizar un buen trabajo, pero estamos convencido que ello depende sólo de ti. Esto es sólo física, pero estamos seguros que si lo deseas y te pones a ello, con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional. Puedes comentarlo en tu entorno familiar.

Si has sido capaz de realizar el 25 % de las actividades correctamente, en solitario o en grupo, contando con que has realizado aportaciones, debes saber que si hubieras puesto más interés y un poquito de BLV, te encontrarías en un nivel superior. Esto es sólo física, pero estamos seguros que mejorando la actitud a la hora de enfrentarte a cualquier otro problema superarás los obstáculos que se te presenten en cualquier otro ámbito.

Si no has sido capaz de realizar correctamente ningún ejercicio, deberías leer en profundidad los párrafos anteriores de valoración y esperamos que la próxima vez hagas todo lo posible por encontrarte en alguna de esas situaciones, que aunque esto es sólo física, supone un aprendizaje también para los obstáculos que se te van a presentar en tu vida profesional y personal.