ACTIVIDAD 132 DEL PROYECTO ACHIMAGEC: APLICACIONES DE LA DERIVADA. CÁLCULO DE PARÁMETROS:

CRIT MAT I 1BAC: CRIT 1, 7

CRIT MAT II 2BAC: CRIT 1, 5

SE PRETENDE CON ESTA DINÁMICA ADEMÁS, EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS:

APRENDER A APRENDER:

«Aprender a aprender» es la habilidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, para organizar su propio aprendizaje y gestionar el tiempo y la información eficazmente, ya sea individualmente o en grupos.

Esta competencia conlleva ser consciente del propio proceso de aprendizaje y de las necesidades de aprendizaje de cada uno, determinar las oportunidades disponibles y ser capaz de superar los obstáculos con el fin de culminar el aprendizaje con éxito.

Dicha competencia significa adquirir, procesar y asimilar nuevos conocimientos y capacidades, así como buscar orientaciones y hacer uso de ellas.

COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIAS BÁSICAS EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA:

La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos.

La competencia en materia científica alude a la capacidad y la voluntad de utilizar el conjunto de los conocimientos y la metodología empleados para explicar la naturaleza, con el fin de plantear preguntas y extraer conclusiones basadas en pruebas.

SENTIDO DE LA INICIATIVA Y ESPÍRITU DE EMPRESA:

Por sentido de la iniciativa y espíritu de empresa se entiende la habilidad de la persona para transformar las ideas en actos. Está relacionado con la creatividad, la innovación y la asunción de riesgos, así como con la habilidad para planificar y gestionar proyectos con el fin de alcanzar objetivos.

COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA:

Es el resultado de la acción comunicativa dentro de prácticas sociales determinadas, en las cuales el individuo actúa con otros interlocutores y a través de textos en múltiples modalidades, formatos y soportes.

Precisa de la interacción de distintas destrezas, ya que se produce en múltiples modalidades de comunicación y en diferentes soportes. Desde la oralidad y la escritura hasta las formas más sofisticadas de comunicación audiovisual o mediada por la tecnología, el individuo participa de un complejo entramado de posibilidades comunicativas gracias a las cuales expande su competencia y su capacidad de interacción con otros individuos.

Instrumento fundamental para la socialización y el aprovechamiento de la experiencia educativa, por ser una vía privilegiada de acceso al conocimiento dentro y fuera de la escuela.

Autores: José Luis Martín Pérez, Alberto Pérez Montesdeoca

APLICACIONES DE LA DERIVADA: EJEMPLOS DE CÁLCULO DE PARÁMETROS Y CLAVES:

- Si pasa por un punto (a,b): $f(a)=b$
- Si tiene un extremo relativo, máximo o mínimo, punto con tangente horizontal, en (a,b): $f'(a)=0$; $f(a)=b$.
- Si tiene un Punto de Inflexión en (a,b): $f''(a)=0$; $f(a)=b$
- Si f'(a)=0, pero en x=a no tiene un extremo relativo: en x=a presenta un punto de Inflexión
- Si en x=a tiene un punto con tangente paralela a la recta y=mx+n: $f'(a)=m$
- Si en x=a la recta tangente a la curva es y=mx+n: f'(a)=m ; f(a) = y = m·a + n (porque al ser punto de tangencia y de la recta, cumple su ecuación)
- Si la recta tangente en x=a forma un ángulo α con el eje positivo de las x: f'(a)=tag α
- Recta que pasa por dos puntos:

$$\left.\begin{array}{l} A(x_1,y_1) \\ B(x_2,y_2) \end{array}\right\} \Rightarrow m(\text{pendiente}) = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}; \text{Ecuación de la recta}: \boxed{\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}}$$

ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE A UNA CURVA:

Teniendo en cuenta que la derivada de una función en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto y partiendo de la Ecuación de la Recta en la forma Punto-Pendiente:

$$y-y_0=m\cdot(x-x_0)$$

Recordar que la pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma esa recta con la horizontal.

La Ecuación de la Recta Tangente a una curva por un punto x=a, dado:

$$y-f(a)=f'(a)\cdot(x-a)$$

ECUACIÓN DE LA RECTA NORMAL (PERPENDICULAR) A UNA CURVA:

Si la recta tangente a la curva forma un ángulo α, la recta perpendicular a la curva forma un ángulo (90 + α).

Como la pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma la recta con la horizontal, esto es: tg α.

la pendiente de la recta normal será igual a tg (90+α)

$$tg(90+\alpha)=\frac{sen(90+\alpha)}{cos(90+\alpha)}=\frac{cos\,\alpha}{-sen\,\alpha}=\frac{-1}{tg\,\alpha}$$

Teniendo en cuenta que la tg α es precisamente la derivada de la función en ese punto,

la ecuación de la recta normal a una curva, utilizando la ecuación de la recta en forma punto pendiente, queda:

$$y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)} \cdot (x - a)$$

EJERCICIOS:

1.- Dada la función $y = ax^4 + 3bx^3 - 3x^2 - ax$, calcular los valores de a y b sabiendo que la función tiene dos puntos de inflexión, uno en x=1 y otro en x=1/2. SOL(-1,1)

2.- Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple f(1)=0, f'(0)=2 y tiene dos extremos relativos para x=1 y x=2.

a) Hallar a, b, c y d
b) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos? SOL(1/3,-3/2,2,-5/6; M en x=1; m en x=2)

3.- La curva $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta al eje de abscisas en x=-1 tiene un punto de inflexión en (2,1). Calcula a, b y c. (SOL:-6, 10/3, 31/3)

4.- De la función $f(x) = ax^3 + bx$ sabemos que pasa por (1,1) y en ese punto tiene tangente paralela a la recta 3x+y=0. a) Hallar a y b. (SOL: -2, 3)

b) Determina sus extremos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

SOL: $M\ en \frac{\sqrt{2}}{2}; m\ en -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.- La función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ verifica que f(1)=1, f'(1)=0 y que f no tiene extremo relativo en x=1. Calcular a, b y c. (SOL: -3, 3, 0)

6.- Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$. Hallar a y b para que la curva y=f(x) tenga en x=1 un punto de inflexión con tangente horizontal. (SOL: -3, 3)

7.- La curva $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta al eje OX en x=1 y tiene un punto de inflexión en (3,2). Calcular los puntos de la curva que tengan recta tangente al eje OX. (SOL: (4,0) (2,4))

8.- Para la función: $f(x) = x + x \cdot e^{-x}$, calcular la ecuación de la recta tangente a ella en un punto x en el cual dicha recta tangente sea paralela a la recta que pasa por (0,0) y (2,2).

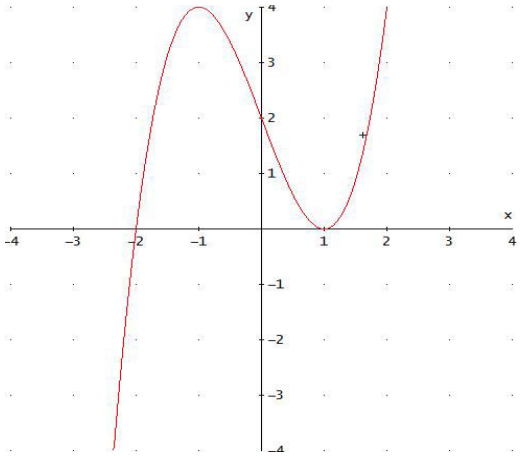
9.- ¿Qué valores deben tomar a,b,c y d para que $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tenga un punto crítico en P(1,3), y un punto de inflexión con tangente de ecuación y=2x en x=0?.

Autores: José Luis Martín Pérez, Alberto Pérez Montesdeoca

10.- Se sabe que la gráfica de la función:

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ es la que aparece en el dibujo.

Determinar la función.



11.- Determinar una función de la forma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ que tenga un extremo relativo (máximo o mínimo) en el punto de abscisa x=2 y para la cual el punto P(1,2) sea un punto de inflexión.

12.- Dada la función $y=ax^4+3bx^3-3x^2-ax$, calcular los valores de a y b sabiendo que la función tiene dos puntos de inflexión, uno en x=1 y otro en x=1/2.

13.- Sea $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ un polinomio que cumple f(1)=0, f'(0)=2 y tiene dos extremos relativos para x=1 y x=2.

a) Hallar a, b, c y d
b) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?

14.- La curva $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ corta al eje de abscisas en x=-1 tiene un punto de inflexión en (2,1). Calcula a, b y c.

15.- De la función $f(x)=ax^3+bx$ sabemos que pasa por (1,1) y en ese punto tiene tangente paralela a la recta 3x+y=0.

a) Hallar a y b.
b) Determina sus extremos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

16.- La función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ verifica que f(1)=1, f'(1)=0 y que f no tiene extremo relativo en x=1. Calcular a, b y c.

17.- Sea $f(x)=x^3+ax^2+bx+5$. Hallar a y b para que la curva y=f(x) tenga en x=1 un punto de inflexión con tangente horizontal.

VALORACIÓN SUBJETIVA:

Si has sido capaz de realizar el 100% de las actividades correctamente y además has colaborado en la realización por parte de un compañero de alguno de los ejercicios, puedes sentirte muy orgulloso de tu capacidad de trabajo y esfuerzo, y te damos permiso para que les digas a tus padres que deben sentirse realmente orgullosos de ti. Esperamos que con ello consigas privilegios familiares. Sigue en esa línea y estarás en el camino del éxito. Esto es sólo física y algo de realidad inventada, pero estamos seguros que con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional.

Si has sido capaz de realizar el 75 % de las actividades correctamente, estás en un nivel muy alto de aplicación de contenidos de alto nivel y debes sentirte orgulloso. Puedes indicarlo así a tu familia y deseamos que te den una palmadita en la espalda. Esto es sólo física, pero estamos seguros que con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional. Te damos permiso para que así lo comentes en tu entorno familiar.

Si has sido capaz de realizar la mitad de las actividades correctamente, en solitario o en grupo, seguramente no has puesto todo el interés en realizar un buen trabajo, pero estamos convencido que ello depende sólo de ti. Esto es sólo física, pero estamos seguros que si lo deseas y te pones a ello, con la actitud y aptitud que acabas de demostrar superarás obstáculos en cualquier otro ámbito: personal y profesional. Puedes comentarlo en tu entorno familiar.

Si has sido capaz de realizar el 25 % de las actividades correctamente, en solitario o en grupo, contando con que has realizado aportaciones, debes saber que si hubieras puesto más interés y un poquito de BLV, te encontrarías en un nivel superior. Esto es sólo física, pero estamos seguros que mejorando la actitud a la hora de enfrentarte a cualquier otro problema superarás los obstáculos que se te presenten en cualquier otro ámbito.

Si no has sido capaz de realizar correctamente ningún ejercicio, deberías leer en profundidad los párrafos anteriores de valoración y esperamos que la próxima vez hagas todo lo posible por encontrarte en alguna de esas situaciones, que aunque esto es sólo física, supone un aprendizaje también para los obstáculos que se te van a presentar en tu vida profesional y personal.

Autores: José Luis Martín Pérez, Alberto Pérez Montesdeoca