EJERCICIO 1

① $f(x) = \dfrac{\log(1-x^2)}{x}$

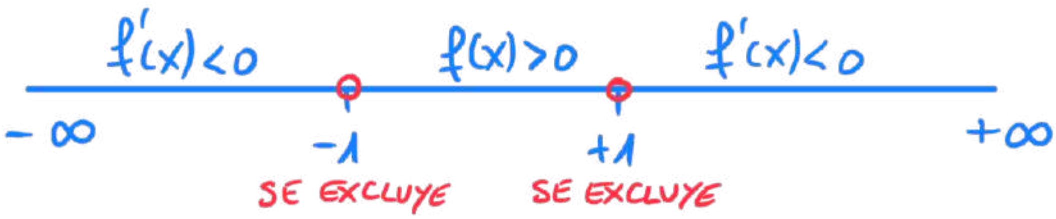
LA FUNCIÓN LOGARITMO ACTÚA SOLAMENTE EN VALORES POSITIVOS, POR LO TANTO,

$1 - x^2 > 0$

$1 - x^2 = 0$ (ECUACIÓN ASOCIADA)

$x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$



EL DOMINIO DEL NUMERADOR ES $(-1, 1)$.

EL DENOMINADOR NO PUEDE SER CERO, POR LO TANTO, EL DOMINIO DE $f(x)$ ES

$$\boxed{D = (-1, 0) \cup (0, 1)}$$

EJERCICIO 2

PARA CALCULAR LA DERIVADA DE $f(x)$ VAMOS A UTILIZAR LA DEFINICIÓN DE DERIVADA:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{2(x+h)^2 + 1 - (2x^2+1)}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{2(x^2+2xh+h^2)+1-2x^2-1}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\cancel{2x^2} + 4xh + 2h^2 \cancel{+1} \cancel{-2x^2} \cancel{-1}}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(4x+2h)}{\cancel{h}} =$$

$$4x + 2\cdot 0 = 4x$$

$$\boxed{f'(x) = 4x}$$

EJERCICIO 3

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$$

EL DENOMINADOR NO PUEDE SER CERO

$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

a) $\boxed{D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}}$

b) ASÍNTOTAS:

b.1) ASÍNTOTA VERTICAL: PODRÍAN HABER ASÍNTOTAS VERTICALES EN $x=-1$ Y $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to -1^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x\to -1^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\}$$

HAY ASÍNTOTA VERTICAL EN $x=-1$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty \end{array}\right\}$$

HAY ASÍNTOTA VERTICAL EN $x=1$

b.2) ASÍNTOTA HORIZONTAL: PARA CALCULARLA HACEMOS EL LÍMITE CUANDO X TIENDE A $+\infty$ Y $-\infty$.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4}{x^2-1} = \frac{\infty}{\infty} \text{ (IND)}$$

COMO EL GRADO DEL NUMERADOR ES IGUAL AL GRADO DEL DENOMINADOR

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{1}{1} = 1$$

OCURRE LO MISMO CUANDO X TIENDE A $-\infty$, POR LO TANTO, HAY ASÍNTOTA HORIZONTAL EN $y=1$ CUANDO X TIENDE A $+\infty$ Y A $-\infty$.

b.3) NO HAY ASÍNTOTA OBLÍCUA $\boxed{y=mx+n}$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

c) CORTES CON LOS EJES

• EJE X ($f(x)=0$)

$$\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0 \longrightarrow x^2-4=0 \longrightarrow x=\pm 2$$

$$\boxed{(2,0) \text{ y } (-2,0)}$$

• EJE Y $(x=0)$

$$f(0)=\frac{0^2-4}{0^2-1}=4$$

$$\boxed{(0,4)}$$

D) PARA ESTUDIAR LA MONOTONÍA Y LOS EXTREMOS RELATIVOS, REALIZAMOS LA PRIMERA DERIVADA:

$$f'(x)=\frac{2x(x-1)-(x^2-4)\cdot 2x}{(x^2-1)^2}=\frac{2x^3-2x-2x^3+8x}{(x^2-1)^2}=$$

$$\frac{6x}{(x^2-1)^2}$$

IGUALAMOS $f'(x)$ A CERO

$$\frac{6x}{(x^2-1)^2}=0 \longrightarrow 6x=0 \longrightarrow x=\frac{0}{6}=0$$

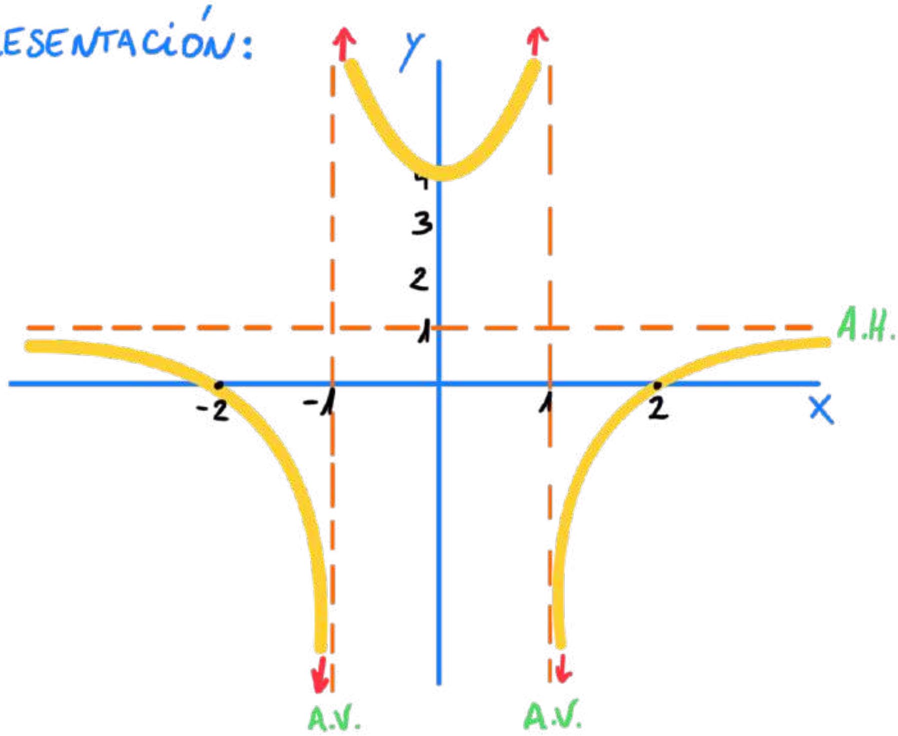
POSIBLE MAX O MIN

$-\infty$	-1	0	$+1$	$+\infty$
$f(x)<0$	$f'(x)<0$	$f'(x)>0$	$f'(x)>0$	
DECRECIENTE	DEC.	CREC.	CRECIENTE	

$x=0$ (MÍNIMO)

$(0,4)$

e) REPRESENTACIÓN:



EJERCICIO 4

$$f(x) = \cos^3(-x)$$

$$f'(x) = 3\cos^2(-x)\cdot(-\operatorname{Sen}(-x))\cdot(-1) = 3\cos^2(-x)\cdot\operatorname{Sen}(-x)$$

$$g(x) = \frac{2x}{e^{-x}}$$

$$g(x) = \frac{2\cdot e^{-x} - 2x\cdot e^{-x}\cdot(-1)}{(e^{-x})^2} = \frac{2e^{-x} + 2xe^{-x}}{(e^{-x})^2} =$$

$$= \frac{\cancel{e^{-x}}(2+2x)}{(e^{-x})^{\cancel{2}}} = \frac{2x+2}{e^{-x}} = (2x+2)\cdot e^{x}$$