CUADERNILLO MATEMÁTICAS 2º BACHILLERATO CCSS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y TIC

CPES SANTA ISABEL DE HUNGRÍA CPES SANTA CATALINA CPES NTRA. SRA. DEL PILAR

CURSO 2021/2022

INSTITUTOS DIOCESANOS DE CANARIAS

Índice:

1. ANÁLISIS 2
2. ESTADÍSTICA INFERENCIAL 4
3. SISTEMÁS DE ECUACIONES LINEALES 7
4. PROGRAMACIÓN LINEAL 8

1. ANÁLISIS

1.- El rendimiento, en tanto por ciento, de un jugador de futbol, depende de la cantidad de minutos que esté jugando. Si la duración de un partido es de 90 minutos y la función que da el rendimiento en función de esos minutos es: $R(t) = \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80$

a) ¿En qué momento el jugador tiene mayor rendimiento? ¿Cuál es dicho rendimiento?

b) ¿En qué minuto el jugador tiene el mismo rendimiento que cuando comenzó el partido?

c) Si el entrenador quiere cambiarlo cuando esté al 20% de su rendimiento, ¿en qué minuto debe cambiarlo?

2.- El recubrimiento de lona de una terraza tiene una zona deteriorada cuya superficie está limitada por $y = (x-2)^2 \quad e \quad y = 4x + 8$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la zona deteriorada.

b) Para repararla, se ha de utilizar lona cuyo coste (incluido trabajo de reparación) es de 18 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte de la lona adquirida, ¿cuánto costará la reparación?

3.- Se quiere cubrir con un espejo el espacio generado al construir un arco moderno de Gaudí, que coincide con el área encerrada entre las funciones $y = -x^2 + 14x - 41 \quad e \quad y = 4$ (con las unidades expresadas en metros).

a) Hacer una gráfica de la superficie que hay que cubrir. Calcular dicha superficie.

b) El coste del espejo es de 16,25 € el metro cuadrado. A esta cantidad hay que añadir la mano de obra, que es un 24% de lo que cuesta el espejo, más el gasto del transporte, que es de 85 €, ¿a cuánto asciende el coste total?

4.- En un periodo de 10 años, la audiencia de una determinada serie de una televisión autonómica, expresada en decenas de miles de personas, siguió la función:

$$A(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{-3x + 30}{4} & 2 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

donde x representa el número de años transcurridos desde la primera emisión. Justificando las respuestas:

a) ¿Es continua la función (x)? ¿Cuándo crece y cuándo decrece esta función?

b) ¿Cuándo obtuvo la serie su máxima audiencia y cuántos espectadores tuvo en ese momento?

c) ¿Cuál fue la audiencia al principio de la emisión de la serie? Si se decide dejar de emitir cuando la audiencia sea de 15000 personas, ¿en qué momento se dejaría de emitir?

5.- Una empresa de material fotográfico oferta una máquina de revelado asegurando que es capaz de pasar a papel 13 fotografías por minuto. Sus cualidades se van deteriorando con el tiempo, de forma que el número de fotografías por minuto varía en función del número de años transcurridos desde su compra, según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -0'5x + 13 & 0 \leq x < 6 \\ \dfrac{5(x+14)}{x+4} & x \geq 6 \end{cases}$$

a) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.
b) Justificar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto y que no revelará menos de 5 fotografías por minuto por muy vieja que sea la máquina

6.- Una zona de un patio está limitada por $y = 3(x-1)$ e $y = \frac{(x-1)^2}{4}$
Si las unidades de medida son metros, justificando las respuestas:
a) Hacer una gráfica de la zona.
b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la zona?
c) Se pretende cubrirla de césped artificial que cuesta 10 euros el metro cuadrado. Si, por razones de instalación, se pierde el 15% de la superficie adquirida, ¿cuánto cuesta la cantidad de césped artificial que hay que comprar?

7.- La función *G*(*x*) da la ganancia anual (en cientos de miles de euros) obtenida por una empresa de telefonía móvil en función del tiempo *x* (en años) transcurrido desde su creación:

$$G(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5}x & si \quad 0 \leq x \leq 3 \\ \dfrac{x+3}{x+2} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) ¿A cuánto asciende la ganancia transcurridos dos años y medio? ¿Y transcurridos cuatro años?
b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias. Justificar la respuesta.
c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razonar la respuesta.

8.- Una zona de una terraza, limitada por las funciones $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = 2x$, debe ser reparada con pintura impermeabilizante. Si se mide en metros, el precio de la pintura es 6´25€ /m^2 y hay que sumar los gastos de aplicación y transportes, que suponen el 80% del precio total de la superficie:
a) Hacer una gráfica de la zona.
b) Hallar la superficie de la zona.
c) ¿A cuánto asciende la reparación?

9.- La función $G(x)$, en miles de euros, de las ganancias de una empresa, creada para dar servicio y potenciar el sector de las Energías Renovables en función del tiempo transcurrido x, en meses desde su creación, es:

$$G(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{3} & si \quad 0 \leq x \leq 8 \\ \dfrac{5x+8}{2x-7} & si \quad x > 8 \end{cases}$$

a) ¿Cuánto gana la empresa transcurridos 6 meses desde su creación? ¿Y transcurridos 10 años?
b) Dar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias.
c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razona la respuesta.

10.- La función del nivel de rendimiento físico de un participante en una carrera de montaña, que tiene una duración de 5 horas, es: $R(t) = t^3 - 7{,}5t^2 + 12t + 13$ unidades, siendo t el tiempo de la carrera en horas. Se pide, justificando la respuesta:
a) ¿Con qué nivel de rendimiento empieza y con qué nivel de rendimiento acaba la carrera?
b) ¿Cuándo alcanza el máximo rendimiento?
c) Cuando llega a su mínimo rendimiento, ¿en qué nivel de rendimiento está?

11.- En 8 años, el capital invertido por una compañía de fondos de inversión, en millones de euros, viene dado por la función $c(t) = t^2 - 7t + 14 \;\; t \in [0\,,8]$ siendo el tiempo en años. Justificando la respuesta:
a) ¿Cuándo ha crecido y ha decrecido $c(t)$?¿En qué momento ha sido máximo el capital invertido? ¿Cuál es el capital máximo invertido?
b) ¿Cuándo $c(t)$ alcanza un mínimo? ¿Cuál es el capital mínimo invertido?
c) ¿Cuándo el capital invertido fue igual a 4 millones?

12.- Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una gran ciudad en los últimos años, indica que su concentración (en $^{mg}/_{m^3}$) viene dada por la función: $f/t) = -0{,}2t^2 + 5t + 10$ donde t indica el número de años que han transcurrido desde el 1 de enero de 2010 a las 0:00 horas. Según este estudio:
a) ¿Cuál fue la concentración el 1 de enero de 2016 a las 0:00 horas?
b) ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación? ¿En qué estación del año tendrá lugar? ¿Cuál será el valor de dicha concentración?

2. ESTADÍSTICA INFERENCIAL

1.- A partir de una muestra de 100 usuarios del servicio de deportes, se estima que el valor medio de edad de estos usuarios está entre 22,83 y 27,17 años (ambos incluidos). Suponiendo que esta variable es normal, con una desviación típica de 10 años:

a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 16 usuarios del servicio de deportes sea menor o igual que 24 años?

2.- Un estudio realizado sobre 600 personas de una ciudad indica que 360 consultan 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas.
a) Con una confianza del 97%, construir un intervalo de confianza para la proporción de personas que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas.
b) Si para estimar la proporción de personas que consulta 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas se obtiene el intervalo [0,5424 , 0,6576], ¿cuál es el nivel de confianza utilizado?
c) Si la población de la ciudad es de 10.000 personas, usando el nivel de confianza del apartado b), ¿entre qué límites está el número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas?

3.- Se ha seleccionado una muestra aleatoria de 96 taxis de una ciudad y se ha registrado para cada uno de ellos el número total de kilómetros recorridos durante un día laboral, resultando una media de 240 km, con una desviación típica de 60 km.
a) A partir de los datos de la muestra anterior determinar un intervalo de confianza al 95% para la distancia media en km recorrida por un taxi en un día.
b) ¿De qué tamaño debería ser la muestra si se desea estimar la distancia media recorrida en un día con un error menor que 10 km y con confianza del 99%

4.- Un hospital realiza un estudio sobre la edad de las personas que son atendidas en el servicio de urgencias. Con este fin se selecciona una muestra de 225 personas elegidas al azar entre las ingresadas en urgencias durante el último año, observándose que 81 de estas personas tienen más de 70 años:

a) Construir un intervalo para estimar con un nivel de confianza del 90% la proporción de personas mayores de 70 años atendidas en urgencias.
b) Si se mantiene la misma proporción muestral, con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál debería ser el tamaño de la muestra para estimar la proporción de mayores de 70 años con un error menor que 0,03?

5.- Un estudio realizado por una compañía de seguros de coches estima que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 144 accidentes cada fin de semana:
a) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 23%.
b) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados no supere el 84%.

c) ¿Cuál es, por término medio, el número esperado de hombres accidentados cada fin de semana?

6.- Para una muestra de tamaño 100, y con una desviación típica de 15 años, la estimación media de la edad, en años, de los usuarios del servicio de atención a personas mayores, está entre 61,745 y 68,255 (ambos incluidos). Suponiendo que la variable manejada es normal:
a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 9 usuarios del servicio sea mayor o igual que 66 años?

7.- El tiempo diario, en horas, dedicado a ver la TV en una región, sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,5 horas. Para estimar la media de esta variable, se ha realizado una encuesta a 256 personas obteniéndose el intervalo de confianza [4,29; 4,71].
a) ¿Cuál es el valor de la media muestral?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza del intervalo?
c) Con los mismos datos, ¿cuál sería el intervalo con un nivel de confianza igual a 0,9?

8.- Una compañía telefónica tiene interés en determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en el número de megas de descarga. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.
a) ¿De qué tamaño debería ser la muestra de clientes si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 con un nivel de confianza del 95%?
b) Finalmente, se ha realizado el estudio con una muestra de 196 clientes, de los cuales 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. Calcular un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción total de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta.

9.- En un periódico se lee el siguiente titular: “Un 57,2% de los catalanes están “totalmente o bastante” a favor de la independencia”.
a) Sabiendo que para obtener dicha proporción se han realizado 1.050 encuestas telefónicas, construir un intervalo de confianza con un nivel de confianza de 0.8.
b) ¿A cuántas personas habría que encuestar para estimar la proporción de respuestas del titular con un error máximo del 1,5% y con un nivel de confianza del 95%?

10.- Un estudio sobre los kilogramos de residuos no minerales que genera cada español al año, ha dado, para una muestra de 100 personas, el intervalo de confianza [1470,6; 1529,4]. Si la desviación típica es de 150 kilogramos, suponiendo que la generación de residuos sigue una distribución normal:
a) ¿Cuál es la media muestral?
b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) ¿Cuál sería el correspondiente intervalo con la misma información muestral pero con un nivel de confianza igual a 0,9?

3. SISTEMÁS DE ECUACIONES LINEALES

1.- En un grupo hay 288 personas de entre 18 y 25 años clasificados como estudiantes, empleados y sin ocupación. Por cada cinco estudiantes hay tres empleados y los sin ocupación representan el 80% del resto.
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) ¿Cuántos estudiantes, empleados y sin ocupación hay?

2.- Un kiosko vende periódicos, libros y revistas. Los periódicos se venden a 1€, las revistas a 5€ y los libros a 12€. El importe total de las ventas realizadas la semana pasada ascendió a 1500 €. Por cada 3 revistas se vendieron 10 periódicos, y el importe de la venta de libros fue igual a la cuarta parte del importe total de las ventas de periódicos y revistas.
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Resolver el sistema anterior: ¿cuántos libros, periódicos y revistas vendió el kiosko la semana pasada?

3.- En el presupuesto de una corporación pública, las partidas dedicadas a inversión en proyectos de interés comunitario, gastos de funcionamiento (personal y corrientes) y gastos sociales (acciones culturales, educativas y sociales) suman 125 millones de euros. La inversión en proyectos es el 56,25% del resto de lo presupuestado y, por cada 9 millones dedicados a gastos sociales, hay 11 dedicados a gastos de funcionamiento.
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Resolver el sistema anterior ¿Cuáles son las cantidades asignadas a cada partida?

4.- Los 30 marineros de un barco son de tres nacionalidades, chinos, filipinos y griegos. El número de marineros griegos duplica el total de las otras dos nacionalidades. Además, por cada dos marineros chinos hay tres marineros filipinos.
a) Plantear el correspondiente sistema.
b) ¿Cuántos marineros de cada nacionalidad hay en el barco?

5.- Una casa rural adquirió un total de 200 toallas de tres tipos: toallas de baño, toallas para manos y toallas para pies, gastando para ello un total de 7.600 euros. El precio de una toalla de baño es de 50 euros, el de una toalla para manos es de 40 euros y el de una toalla para pies es de 25 euros. Además, por cada tres toallas para manos se compraron dos toallas para pies. ¿Cuántas toallas de cada tipo ha comprado la casa rural?

6.- Un instituto oferta a sus 240 alumnos actividades extraescolares. Algunos hacen deportes, otros hacen teatro y los hay que deciden no hacer actividades. Los que hacen deportes son el doble de los que hacen teatro y los que no hacen ninguna actividad juntos. Los que hacen

teatro son la tercera parte de los que no hacen ninguna actividad. ¿Cuántos alumnos hay en cada modalidad?

7.- En un hotel hay un total de 240 turistas ingleses, alemanes y franceses. Si los franceses son la tercera parte de la suma de alemanes e ingleses y el 200% de los ingleses igualan a la suma de alemanes y franceses:
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Determinar cuántos turistas de cada nacionalidad hay en el hotel.

8.- Una empresa ha gastado 6560€ en comprar 90 cestas de navidad de tres tipos, que cuestan a 60, 80 y 120€, respectivamente. Las cestas más caras son un 10% de las cestas compradas.
a) Plantear el correspondiente sistema.
b) ¿Cuántas cestas de cada tipo compró la empresa?

9.- El dueño de un bar ha comprado refrescos, cervezas y vinos por un importe de 500 € (sin impuestos). El valor del vino es de 80 € menos que el de los refrescos y cerveza juntos. De impuestos ha pagado un 5% por los refrescos, un 20% por la cerveza y un 30% por el vino, lo que hace un total de 103 € de impuestos.
a) Plantear el correspondiente sistema
b) ¿Cuánto ha pagado, sin impuestos, por cada tipo de bebida?
c) ¿Cuánto ha pagado, con impuestos, por cada tipo de bebida?

10.- Durante una hora, una agencia de viajes vende un total de 30 billetes de avión con destino a las islas de La Palma, Gran Canaria y Lanzarote. Sabiendo que los billetes para Gran Canaria representan el doble de los emitidos para las otras dos islas, y que los correspondientes a Lanzarote son la mitad de los emitidos para La Palma más cuatro:
a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Determinar el número de billetes para cada una de las tres islas.

4. PROGRAMACIÓN LINEAL

1.- La encargada de una floristería ha de hacer un pedido semanal de plantas de interior y plantas de exterior. Al proveedor le paga 1€ por cada planta de interior y 2€ por cada planta de exterior. Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que solicita cada semana 20 plantas de interior y 30 de exterior. Además, el transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal. Por otro lado, la encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido.

a) Si quiere minimizar el precio que le tiene que pagar al proveedor, formular el correspondiente problema. Dibujar la región factible.
b) Resolver el problema planteado en a) calculando también cuánto le paga al proveedor y cuánto es el gasto de transporte.

2.- Un asesor fiscal hace declaraciones de la renta a personas físicas y a pymes (pequeñas y medianas empresas). Por cada declaración de persona física cobra 120 €, y emplea 3 horas para recopilar la información necesaria y 1 hora para pasarla a la aplicación informática. Por cada pyme cobra 300 €, y emplea 6 horas en recopilar la información y 4 horas en pasarla a la aplicación. Hay 10 personas físicas y 20 pymes a las que el asesor fiscal está obligado por contrato a hacer sus declaraciones. Durante el tiempo que dura la campaña de la renta el asesor dispone de un total de 360 horas para recopilar información, y 210 horas para usar la aplicación informática. Si quiere maximizar sus ingresos:
a) Formular el correspondiente problema y representar la región factible.
b) ¿Cuál es la solución óptima? ¿Y el valor máximo de los ingresos?

3.- Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor. Estos bombones se venden empaquetados en dos tipos de cajas: azules y rojas. En cada caja azul se incluyen 4 bombones de crema, 4 de frutos secos y 2 de licor. En cada caja roja hay 6 bombones de crema, 2 de frutos secos y 4 de licor. Si la caja azul se vende a 8 euros y la caja roja se vende a 10 euros:
a) Plantear el problema que determina el número de cajas de cada tipo que se han de confeccionar para maximizar la recaudación.
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

4.- Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla y electrónica en dos calidades distintas: calidad A, cuya carcasa es de plástico y calidad B cuya carcasa es de aluminio. El coste de producción unitario es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad B. Asimismo los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase B. Si, para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio.

a) Plantear el problema que determina el número de móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

5.- Una empresa de transporte quiere organizar un viaje para 320 personas. Dispone de 4 autocares de 60 plazas y 5 autocares de 40 plazas. Si el costo de cada autocar de 60 plazas es igual a 320 euros y el costo de cada autocar de 40 plazas es de 230 euros:

a) Plantear el problema que determina el número de autocares de cada tipo que se han de elegir para minimizar los costos globales.
b) Representar la región factible, determinar la solución óptima y hallar el costo global mínimo.

6.- Para sufragarse los gastos del viaje de estudios, los alumnos de un instituto han montado un mercadillo para vender objetos de segunda mano distribuidos en dos tipos de packs. Cada pack tipo A consta de 3 libros y 1 pieza de ropa, y cada pack tipo B consta de 2 libros y 2 piezas de ropa. Cada pack tipo A se vende a 7 € y cada pack tipo B se vende a 8,5 €. Por problemas de almacenamiento, se pueden disponer, a lo sumo, de 342 libros y 218 piezas de ropa. Desean maximizar su recaudación.
a) Determinar la función objetivo y expresar mediante inecuaciones las restricciones del problema.
b) ¿Cuántas unidades de cada tipo de pack deben vender?

7.- Una empresa de electrónica, de monitores de 20 y 24 pulgadas, puede fabricar semanalmente un total de 324 monitores. El número de monitores de 20 pulgadas debe ser, al menos, el doble de los de 24 pulgadas y, como máximo, el triple de los de 24 pulgadas. Si cada monitor de 20 pulgadas da un beneficio de 95 euros y cada monitor de 24 pulgadas da un beneficio de 125 euros,
a) Plantear un problema para determinar el número de monitores de ambos tipos que hay que fabricar semanalmente para maximizar los beneficios globales de la empresa. Representar la región factible.
b) ¿Qué producción semanal hace máximos los beneficios?¿Cuál es el beneficio semanal máximo?

8.- Un agricultor posee una hectárea de invernaderos para producir pepinos y calabacines. De calabacines debe plantar, como máximo, el cuádruple de pepinos. La superficie dedicada a pepinos no debe exceder los 40 decámetros cuadrados. Si el beneficio por metro cuadrado plantado de pepino y de calabacín es, respectivamente, de 3 y 2,75 euros:
a) Plantear el correspondiente problema de Programación Lineal para, en las condiciones anteriores, maximizar los beneficios globales del agricultor.
b) Representar la región factible y determinar una solución óptima.

9.- En una pastelería fabrican dos tipos de trufas, las normales y las amargas. Cada trufa normal lleva 20 gr. de cacao, 20 gr. de nata y 20 gr. de azúcar y se vende a 0.75 euros. Cada trufa amarga lleva 100 gr. de cacao, 20 gr. de nata y 10 gr. de azúcar y se vende a 2 euros. En la pastelería disponen de 30 kgr. de cacao, 8 kgr. de nata, y 7 kgr. de azúcar. Determinar cuántas trufas de cada tipo deben fabricarse para maximizar las ganancias.

10.- Una empresa de productos de papelería dispone de 270 metros cuadrados de cartón y de 432 metros de cinta de goma para la fabricación de dos tipos de carpetas: tamaño folio y tamaño cuartilla. Para fabricar una del primer tipo se necesitan 0,20 metros cuadrados de cartón y 30 centímetros de cinta de goma. Para una carpeta del segundo tipo se necesitan 0,15 metros cuadrados de cartón y 27 centímetros de cinta de goma. Si las carpetas se venden a 1,4 euros (tamaño folio) y a 1,1 euros (tamaño cuartilla) la unidad.

a) ¿Cuántas carpetas de cada tipo interesa fabricar para maximizar el beneficio que se obtiene con su venta?

b) Determinar ese beneficio máximo.