CUADERNILLO MATEMÁTICAS
1º BACHILLERATO
CIENCIAS SOCIALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS y TIC

CPES SANTA ISABEL DE HUNGRÍA CPES SANTA CATALINA CPES NTRA. SRA. DEL PILAR

CURSO 2021/2022

INSTITUTOS DIOCESANOS DE CANARIAS

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 3
UNIDAD Nº 1: ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL 4
UNIDAD Nº 1: ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL 7
UNIDAD Nº 2: PROBABILIDAD 10
UNIDAD Nº 3: DISTRIBUCIONES BINOMIAL Y NORMAL 15
UNIDAD Nº 4: NÚMEROS REALES 19
UNIDAD Nº 6: FUNCIONES 24
UNIDAD Nº 7: LÍMITE DE UNA FUNCIÓN 28
UNIDAD Nº 8: DERIVADA DE UNA FUNCIÓN 31

INTRODUCCIÓN

El presente cuadernillo está destinado al alumnado que ha promocionado sin haber superado todas o algunas de las unidades de la asignatura del curso anterior.

Tiene como objetivo facilitar la recuperación de los aprendizajes no adquiridos por el alumnado de 1º de Bachillerato en la asignatura de matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I.

Se incluyen en este cuadernillo el conjunto de ejercicios, actividades o problemas, previstos para realizar el seguimiento, el asesoramiento y la atención al alumnado con dichas unidades pendientes, así como las estrategias y criterios de evaluación.

BLOQUE DE APRENDIZAJE IV: ESTADÍSTICA y PROBABILIDAD

UNIDAD Nº 1: ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

Contenidos:

- Conceptos básicos de estadística
- Tabla de frecuencias – Estadística #1
- Media mediana y moda |Datos sin agrupar
- Media, mediana y moda para datos agrupados puntualmente
- Media, moda y mediana – Estadística #2
- Media mediana y moda |Datos agrupados en intervalos Ejemplo 1
- Cuartiles, deciles y percentiles |Datos agrupados puntualmente
- Cuartiles, deciles y percentiles |Datos agrupados en intervalos |Ejemplo 2
- Medidas de dispersión, rango, desviación media, coeficiente de variación
- Varianza, desviación estándar y coeficiente de variación | Datos agrupados en intervalos

1.- El entrenador de un club de fútbol ha anotado el número de tarjetas rojas que tuvieron a lo largo de la temporada todos los integrantes de la plantilla obteniendo estos datos.

0	2	4	1	5	0	0	2	1	1
1	2	0	1	2	4	0	1	2	2
3	4	1	1	0					

a) Organiza los resultados en una tabla de frecuencias.
b) ¿Qué significado tiene en este caso la columna de las frecuencias acumuladas?

2.- Dados los siguientes datos, agrúpalos en intervalos y completa la tabla de frecuencias.

84	73	53	64	50	65	55	53	65	55
65	80	60	52	70	80	64	50	75	

3.- A partir de estos datos relativos al número de horas de estudio semanales de un grupo de 25 alumnos, construye la tabla de frecuencias sin agrupar los datos en intervalos y calcula las medidas de centralización.

2	2	1	0	1	4	3	2	2	4
0	1	1	3	1	2	2	3	4	5
1	1	1	0	3	4	0	0	2	3

Interpreta los resultados obtenidos.

4.- Obtén las medidas de centralización de estos datos.

Datos	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23)
Fi	14	16	18	20	22

5.- Observa las edades de un grupo de 60 alumnos.

Edad	13	14	15	16	17	18	19
Fi	3	14	23	10	5	4	1

a) Calcula e interpreta Q_1, D_6 y P_5.
b) Calcula e interpreta Q_3, D_7 y P_{52}.

6.- Teniendo en cuenta el número de respuestas correctas de un examen de 100 personas:

a) Calcular Q_2, D_5 y P_{50}.
b) ¿Qué cuartil, decil y percentil coinciden con la mediana?

Respuestas	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
fi	5	9	25	32	21	8

7.- Calcula las medidas de dispersión de estos datos.

Datos	1	2	3	4	5
fi	1	5	7	2	1

8.- Calcula las medidas de dispersión de estos datos.

Datos	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)
fi	5	6	4	2

9.- Una empresa realiza un estudio sobre el salario anual de sus trabajadores, cuyos resultados se recogen en la siguiente tabla.

Salario (en miles de €)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)
Nº de trabajadores	21	32	85	90	25	5

a) Calcula las medidas de centralización.
b) Calcula las medidas de dispersión.

UNIDAD Nº 1: ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL

Contenidos:

- Estadística bidimensional 1.0
- Tablas de frecuencia marginales
- Distribución marginal y condicional
- Estadística diagrama de dispersión o nube de puntos
- 01 Estadística bidimensional, covarianza
- Recta de regresión de Y sobre X
- Recta de regresión de X sobre Y

1.- Se va a realizar un estudio sobre el número de horas que pasan jugando con el ordenador y el número de suspensos en 10 alumnos.

Horas (X)	0	0	3	2	1	1	1	2	0	1
Suspensos (Y)	0	1	5	3	0	2	1	2	0	2

a) Ordena estos datos en una tabla de doble entrada.
b) Construye sus tablas de frecuencias marginales.
c) Realiza las siguientes tablas condicionadas:
   a. Y/X=1
   b. X/Y=0
d) Calcular el coeficiente de correlación.

2.- Realiza un diagrama de dispersión teniendo en cuenta la frecuencia de cada pareja de datos.

Y/X	1	2	3	4	5
2	0	0	1	2	1
4	0	2	1	3	3
6	1	0	2	3	4

3.- Dados los siguientes datos, calcular la covarianza.

X	42	50	38	32	47	49
Y	3.2	4.1	2.9	2.7	3	3.8

4.- Se quiere determinar si existe alguna relación entre la altura de un grupo de personas y el número de libros que lee anualmente Para ello, se les ha hecho una encuesta y se han obtenido estos datos.

Altura (cm)	161	167	168	169	172	173	176	177	182	191
Nº libros leídos	5	12	7	14	11	12	16	8	9	14

Teniendo en cuenta estos datos ¿crees que hay alguna relación entre la altura y el número de libros que lee anualmente?

5.- Halla la recta de regresión de Y sobre X y represéntala junto con el diagrama de dispersión de esta tabla.

X	1	5	7	10	12	16
Y	3	16	18	33	35	48

6.- Halla la recta de regresión de X sobre Y en función de los datos proporcionados.

X	9	5	6	2	4

Y	1	5	4	8	6

7.- La tabla muestra el número de vehículos que circulan a velocidad mayor que 120km/h en una autovía y los accidentes que se producen en ella.

Nº de vehículos	7	15	18	20
Nª de accidentes	4	8	10	13

a) Haz una estimación del número de accidentes que puede haber en dicha autovía si 11 vehículos circulan a más de 120 km/h.
b) Si se han producido 15 accidentes, ¿cuántos vehículos crees que circulaban a más de 120 km/h?

8.- La tabla muestra el peso, X, y la altura, Y, de 10 personas. Estima el peso de otra persona que mide 1,90 m.

X	85	65	80	56	60	67	78	65	60	92
Y	1.80	1.61	1.71	1.56	1.65	1.73	1.79	1.67	1.59	1.83

UNIDAD Nº 2: PROBABILIDAD

Contenidos:

- Probabilidad (I) Regla de Laplace
- Probabilidad condicional
- Probabilidad: sucesos dependientes e independientes
- Ejercicio de diagrama de árbol, lanzar una moneda
- Diagrama de árbol, probabilidad

1.- Si se lanzan 2 dados.

a) Probabilidad de que la suma de sus caras sea menor que 4.
b) Probabilidad de que las dos caras sean un número par menor que 6.
c) Averigua cuál de los 2 sucesos es más probable.

2.- Se extrae una carta de la baraja española. Calcula la probabilidad de que

a) Sea un basto o una espada
b) Sea un basto o un rey
c) Sea una figura o un caballo
d) Sea una copa o una figura

3.- Considera el experimento de escoger al azar una pieza de fruta de un frutero en el que hay 4 manzanas rojas, 6 naranjas, 3 manzanas verdes, 5 peras verdes, 2 plátanos y 1 pera amarilla. Calcula la probabilidad de escoger:

a) Una pieza de color rojo
b) Una pieza de color verde
c) Una pieza que no sea verde ni roja
d) Una pieza que no sea amarilla

4.- Se extrae una bola de una urna con siete bolas rojas numeradas del 1 al 7, cuatro bolas azules numeradas del 8 al 11 y tres bolas verdes numeradas del 12 al 14. Calcula la probabilidad de que:

a) La bola sea roja
b) La bola sea roja o verde
c) El número de la bola sea múltiplo de 5
d) El número de la bola sea mayor que 8 pero menor que 13
e) El número de la bola sea par y la bola de color verde
f) El número de la bola sea impar y la bola de color azul o verde.

5.- Se tiene un monedero con cuatro monedas de 0.20 €, seis monedas de 0.50 €, dos monedas de 1 € y tres monedas de 2 €. Se saca una moneda al azar. Calcula la probabilidad de que su valor:

a) Sea superior a 0.50 €
b) Sea inferior a 2 €
c) Esté comprendido entre 0.10 y 0.80 €

6.- Se realizó un estudio sobre hábitos de lectura obteniendo los siguientes datos:

	Le gusta leer	No le gusta leer	Total
Hombre	10	20	30
Mujer	90	30	120

Total	100	50	150

Calcular la probabilidad de que le guste leer sabiendo que es mujer.

7.- Se escoge al azar una bola coloreada y numerada de la caja cuya composición se muestra en la tabla. Calcula las probabilidades que se piden.

	Rojo	Azul	Blanco
Numerada con 1	2	4	1
Numerada con 2	3	2	3

a) P(1/rojo)
b) P(2/azul)
c) P(2/blanco)

8.- En una encuesta se pregunta si se vive o no en la misma localidad en la que es trabaja.

	Hombres	Mujeres	Total
Vive donde trabaja	10	20	30
No vive donde trabaja	15	10	25
Total	25	30	55

Preguntando a una de las personas encuestadas escogida al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Viva donde trabaja
b) Sabiendo que es mujer, no viva donde trabaja
c) Viva donde trabaja, sabiendo que es hombre

9.- Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla en la que se muestra el número de chicos y chicas que practican un deporte habitualmente y los que no lo hacen.

	Chico	Chica	Total
Practica deporte	10		
No practica deporte		3	
Total		14	30

Elegida una persona al azar en este grupo, calcula la probabilidad de que sea chica y no practique un deporte de forma habitual.

10.- En un cine hay tres salas. En la sala A están proyectando una película y hay 240 espectadores. En la sala B hay 10 butacas ocupadas y en la sala C hay 80 personas. Se sabe que la película de la sala A agrada al 40% de los espectadores, mientras que las películas de las otras salas tienen un 50% y un 90% de aceptación.

A la salida de las tres películas se elige un espectador al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la película le haya gustado?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que le haya gustado si ha estado en la sala C?
c) ¿Y cuál es la probabilidad de que salga de la sala C si sabemos que la película le ha gustado?

Calcula el resultado de las dos maneras posibles.

11.- En un hospital de tres plantas, el 50% de los enfermos que están ingresados ocupan la primera planta, el 30% ocupan la segunda planta y el resto está en la tercera planta. Son hombres el 62% de los enfermos de la primera planta, el 44% de los de la segunda planta y el 35% de los de la tercera planta. Elegido al azar un enfermo de este hospital, determina la probabilidad de que sea.

a) Un hombre
b) Una mujer de la segunda planta

Calcula el resultado de las dos maneras posibles.

12.- El 60% de los productos de una marca se fabrica en su factoría de Portugal; el 30% se fabrica en España y el resto, en la factoría de Andorra. El 1% de los productos fabricados en Portugal presenta algún defecto de fabricación, mientras que en España y en Andorra estos porcentajes son del 0.5 y el 3%, respectivamente.

a) Determina la probabilidad de que un producto resulte defectuoso.
b) Si compramos un producto y resulta defectuoso, ¿cuál es la probabilidad d que proceda de Andorra?

Calcula el resultado de las dos maneras posibles.

13.- Lanzamos una moneda y después un dado

a) ¿Son experimentos dependientes o independientes?
b) Probabilidad de que salga cara y un 5
c) Probabilidad de que salga cruz y un número par
d) Probabilidad de que salga cruz y múltiplo de 7

14.- Sacamos dos cartas de una baraja española (sin reemplazamiento) ¿cuál es la probabilidad de sacar dos figuras?

15.- Una moneda se lanza 2 veces. Si en ambos lanzamientos sale cara, la moneda será de Juan. Si sale cruz 2 veces, será de Pedro. Si una vez sale cara y otra cruz, será de María ¿Quién tiene mayor probabilidad de quedarse con la moneda? ¿Por qué? (mediante diagrama de árbol)

16.- Se lanza una moneda y un dado. Calcular la probabilidad de obtener cara y el número 6. (mediante diagrama de árbol)

17.- Se lanza una moneda y se saca una bola de una urna. Si sale cara se saca la bola de la urna 1 donde hay 2 bolas negras y 4 azules. Si sale cruz se saca la bola de la urna 2 donde hay 3 bolas azules, 1 bola negra y 1 bola roja. Calcular (mediante diagrama de árbol):

a) Probabilidad de que salga cara
b) Probabilidad de que salga cara y azul
c) Probabilidad de que salga cruz y rojo

d) Probabilidad de que salga rojo
e) Probabilidad de que salga azul sabiendo que salió cara
f) Probabilidad de que salga rojo sabiendo que salió cara
g) Probabilidad de que salga cruz y azul
h) Probabilidad de que salga azul

UNIDAD Nº 3: DISTRIBUCIONES BINOMIAL Y NORMAL

Contenidos:

- Distribución binomial (ejercicio resuelto)
- Distribución binomial. Ejercicio resuelto paso a paso
- Distribución binomial 05 ejercicio 2
- Distribución binomial 07 tabla
- Tipificar una variable de una distribución normal
- Distribución normal 00 tabla
- Distribución normal 02 ejercicio resuelto
- Distribución normal 03 ejercicio resuelto intervalo

1.- Un evento tiene 55% de probabilidades de ocurrir cada vez que alguien entra a determinado hospital ¿Cuál es la probabilidad de que dicho evento suceda en 2 de 5 personas ingresadas hoy?

2.- En una fábrica de bombillas el 5% sale con defectos. Determinar la probabilidad de que una muestra de 12 de encuentren 2 bombillas defectuosas.

3.- Un jugador marca el 85% de los penaltis que intenta. Si lanza 8 penaltis, calcular la probabilidad de:

a) Marque más de 6 penaltis.
b) Marque al menos 6 penaltis.

4.- El 2‰ de las pilas fabricadas llegan descargadas al proceso de envasado. Si escogemos 12 pilas al azar calcula la probabilidad de que haya más de 2 pilas descargadas.

5.- Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas de la que solo una es correcta. Si contestamos al azar, calcula:

a) Acertar 7 respuestas
b) Aprobar el examen
c) Tener sobresaliente
d) No llegar al notable

6.- Consideramos una variable aleatoria cualquiera, X, que sigue una distribución binomial B(8;0.6). Calcula las distintas probabilidades que aparecen a continuación

a) $P(X = 4)$
b) $P(X < 2)$
c) $P(X \geq 6)$
d) $P(3 \leq X \leq 5)$
e) $P(X \leq 7)$
f) $P(0 < X < 8)$

7.- Calcula las probabilidades que se indican para las siguientes distribuciones binomiales.

a) Siendo X una variable B (3;0.1)
    a. $P(X = 2)$
b) Siendo X una variable B (4;0.25)
    a. $P(X = 1)$
c) Siendo X una variable B (5;0.35)
    a. $P(X = 0)$
d) Siendo X una variables B (4;0.3)
    a. $P(X = 0)$
    b. $P(X < 2)$
    c. $P(X \geq 3)$
e) Siendo X una variables B (8;0.75)

a. $P(X = 7)$
b. $P(X \leq 4)$
c. $P(X > 6)$

f) Siendo X una variables B (10;0.42)
   a. $P(X = 8)$
   b. $P(X \leq 1)$
   c. $P(X < 10)$

8.- En una clase de 1º de bachillerato hay igual número de chicos que de chicas. Si se eligen 6 personas al azar de este grupo, calcula la probabilidad de que:

a) Haya, al menos, tres chicos
b) No haya ninguna chica
c) Haya exactamente tres chicas

9.- Se lanzan al aire cuatro dados. Ordena de menor a mayor las siguientes probabilidades:

a) Que salga dos veces la cara 5
b) Que salga más de dos veces la cara 5
c) Que salga, al menos, una vez la cara 5

10.- La probabilidad de que cierto jugador de baloncesto enceste una canasta de tres puntos es 0.4. Calcula la probabilidad de que efectuando cinco lanzamientos.

a) Enceste, exactamente, cuatro canastas.
b) Enceste más de tres canastas.
c) Enceste, como mucho, dos canastas.
d) No enceste ninguna canasta.

11.- Compara los datos de estas distribuciones.

a) $X_1 = 2 \rightarrow X \equiv N(2,1)$
b) $X_2 = 2 \rightarrow X \equiv N(1,3)$
c) $X_3 = 2.5 \rightarrow X \equiv N(2,2)$
d) $X_1 = 2 \rightarrow X \equiv N(1,2)$
e) $X_2 = 1 \rightarrow X \equiv N(2,1)$
f) $X_3 = 1.5 \rightarrow X \equiv N(1.5,1.5)$

12.- Calcular las siguientes probabilidades, haciendo uso de la tabla de la distribución normal.

a) $P(Z \leq 0.34)$
b) $P(Z \leq 0.82)$
c) $P(Z \leq 0.5)$
d) $P(Z \geq 1.77)$
e) $P(Z \leq -1.86)$
f) $P(Z \geq -0.25)$
g) $P(Z \geq 2.34)$
h) $P(Z \leq -1.15)$

i) $P(Z \geq -1.76)$

13.- Un grupo de chicas tienen una altura media de 162 cm con una desviación típica de 5 cm. Calcula:

a) Probabilidad de que midan más de 170 cm
b) Probabilidad de que midan más de 160 cm
c) Probabilidad de que midan menos de 158 cm
d) Probabilidad de medir entre 163 y 168 cm
e) Probabilidad de medir entre 158 y 168 cm

14.- Calcular las siguientes probabilidades, haciendo uso de la tabla de la distribución normal.

a) $P(1.35 \leq Z \leq 3.25)$
b) $P(0.27 \leq Z \leq 1.89)$
c) $P(-1.53 \leq Z \leq 0.67)$
d) $P(-0.87 \leq Z \leq 1.24)$

15.- Los pesos de os deportistas de un club de natación siguen una distribución con media 75 kg y desviación típica 4 kg. Calcula la probabilidad de que un deportista elegido al azar:

a) Pese menos de 72 kg pero más de 70 kg.
b) Pese entre 78 y 80 kg
c) Pese, al menos, 81 kg

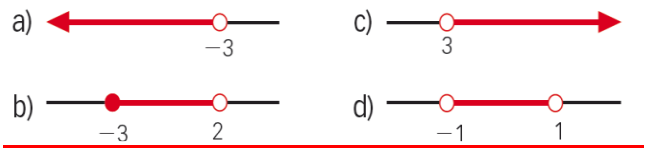
16.- El tiempo de vida de las bombillas de una empresa medido en horas, se distribuye según una normal N (5000, 120). Calcula qué porcentaje de las bombillas:

a) Durará más de 5200 horas
b) Durará entre 5040 y 5070 horas
c) Durará entre 5145 y 5230 horas

BLOQUE DE APRENDIZAJE II: NÚMEROS Y ÁLGEBRA

UNIDAD Nº 4: NÚMEROS REALES

1.- Escribe, de todas las maneras que conozcas, estos intervalos de la recta real:



2.- Representa el siguiente conjunto, de todas las formas que conozcas:

$$\{x: |x-3| \leq 1\}$$

3.- Opera y expresa el resultado en notación científica:

a) $(5.2 \cdot 10^{3} + 4.75 \cdot 10^{-2}) : 8.05 \cdot 10^{-4}$

b) $3.79 \cdot 10^{8} \cdot (7.73 \cdot 10^{4} - 6.54 \cdot 10^{-2})$

4.- Racionaliza y opera:

$$a)\quad \frac{1}{1+\sqrt{2}} =$$

$$b)\quad \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}+7} =$$

5.- Transforma los radicales en potencias, y viceversa:

a) $3^{\frac{1}{4}}$ c) $2^{\frac{1}{6}}$ e) $10^{\frac{2}{7}}$

b) $5^{\frac{2}{3}}$ d) $7^{\frac{3}{5}}$ f) $\sqrt[4]{5^{7}}$

6.- Calcula mediante la definición estos logaritmos:

a) $\log_2 8$
b) $\log_3 81$
c) $\log 1\,000$
d) $\log 0{,}0001$
e) $\ln e^{33}$
f) $\ln e^{-4}$
g) $\log_4 16$
h) $\log_4 0{,}25$

7.- Obtén el valor de x en las siguientes igualdades:

a) $\log_x 256 = -8$
b) $\log_3 x = \frac{2}{3}$
c) $\log_5 \sqrt[6]{625} = x$
d) $\log_x 3 = 2$

8.- Convierte las siguientes expresiones en un solo radical:

a) $5^{-\frac{2}{3}}$
b) $-5^{\frac{2}{3}}$
c) $(-5)^{\frac{2}{3}}$
d) $(-5)^{-\frac{2}{3}}$
e) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{23}}$
f) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$

9.- Introduce los factores de las siguientes expresiones dentro del signo radical:

a) $3x^2\sqrt[3]{3y}$
b) $8b\sqrt{8a^3b}$
c) $2ab^2c\sqrt[4]{4}$
d) $(2a-b)\sqrt{b}$

10.- Describe y representa los siguientes intervalos:

a) $(0, 10)$
b) $(3, 7]$
c) $(-\infty, -2)$
d) $[2, 5]$
e) $[5, 10)$
f) $[-4, +\infty)$
g) $(-\infty, 6]$
h) $(100, +\infty)$
i) $\left(-7, \sqrt{2}\right)$

11.- Simplifica los radicales que aparecen a continuación:

a) $\sqrt[3]{16}$
b) $\sqrt[3]{54}$
c) $\sqrt[4]{32}$
d) $\sqrt{27}$
e) $\sqrt{75}$
f) $\sqrt[5]{128}$
g) $\sqrt[6]{27}$
h) $\sqrt[8]{625}$
i) $\sqrt[3]{343}$

12.- Expresa mediante un solo radical:

a) $\sqrt[5]{3\sqrt{5}}$ d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$ g) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$

b) $\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}}$ e) $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$ h) $\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{5}}}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$ f) $\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{\sqrt[3]{3}}}}$ i) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{256}}}}$

13.- Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:

a) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{98}$

b) $5\sqrt[3]{81} + 4\sqrt[3]{108}$

c) $\sqrt{6} + 7\sqrt{24} - \dfrac{2}{3}\sqrt{54} - \sqrt{18}$

d) $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} - \sqrt{363} + 4\sqrt{3}$

UNIDAD Nº 5: ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

1.- Descompón en factores los siguientes polinomio y di cuáles son sus raíces:

$a)\ 2x^6 - 14x^4 + 12x^3 =$

$b)\ 6x^3 + 7x^2 - x - 2 =$

2.- Efectúa las siguientes operaciones reduciendo al mínimo común denominador:

$a)\ \dfrac{x-1}{x} - \dfrac{x+1}{2x} + \dfrac{1}{3x} =$

$b)\ \dfrac{2x-1}{x^2} - \dfrac{x-3}{2x} =$

3.- Opera y simplifica:

$a)\ \dfrac{x+1}{3} \cdot \dfrac{15}{x^2-1} =$

$b)\ \left(\dfrac{x^3}{6}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3}{x}\right)^3 =$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ (3x+1)\,(2x-3) - (x-3)(6x+4) = 9x$

$b)\ \dfrac{x^2-1}{4} - \dfrac{2}{3}(x+1) = \dfrac{(2x-3)^2 - (13x-5)}{16}$

5.- Halla las soluciones de estas ecuaciones:

$a)\ (2x^2+1)\,(x^2-3) = (x^2+1)\,(x^2-1) - 8$

$b)\ \dfrac{1}{4}(3x^2-1)\,(x^2+3) - (2x^2+1)\,(x^2-3) = 4x^2$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ \sqrt{5x+6} - 3 = 2x$

$b)\ x + \sqrt{7-3x} = 1$

7.- Resuelve:

$a)\ \dfrac{3}{x+3}=\dfrac{x+2}{2-x}$

$b)\ \dfrac{x}{x-3}+\dfrac{2x}{x+3}=\dfrac{6}{x^2-9}$

8.- Resuelve los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} 2x-11y=-11 \\ 23x+y=1 \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} \dfrac{x+1}{3}+y=1 \\ \dfrac{x-3}{4}+2y=1 \end{cases}$

9.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales aplicando el método de Gauss (en su notación matricial):

a) $\begin{cases} \boldsymbol{2x+y-z=-3} \\ \boldsymbol{x-2y+2z=1} \\ \boldsymbol{2x+y+3z=5} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \boldsymbol{3x}+2\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}=1 \\ \boldsymbol{5x+3y+4z=2} \\ \boldsymbol{x+y-z=1} \end{cases}$

BLOQUE DE APRENDIZAJE III: ANÁLISIS

UNIDAD Nº 6: FUNCIONES

LINKS

https://www.vitutor.com/fun/2/funciones.html
https://www.youtube.com/watch?v=PPuWf2cDEKc
https://www.youtube.com/watch?v=_U3OjHm2Tno
https://www.youtube.com/watch?v=pISTZuqZ8iI
https://www.vitutor.com/fun/2/a_a.html
http://www.colexioabrente.com/descargas/mate/3eso/3eso3.2boletinfunciones.pdf
https://www.edu.xunta.gal/centros/iesmelide/aulavirtual2/pluginfile.php/5654/mod_resource/content/1/Ejercicios%20de%20repaso%20de%20funciones.pdf

1.- Determina el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4-3x^3+2x$

b) $f(x) = 3^{5x+3}$

c) $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{3}$

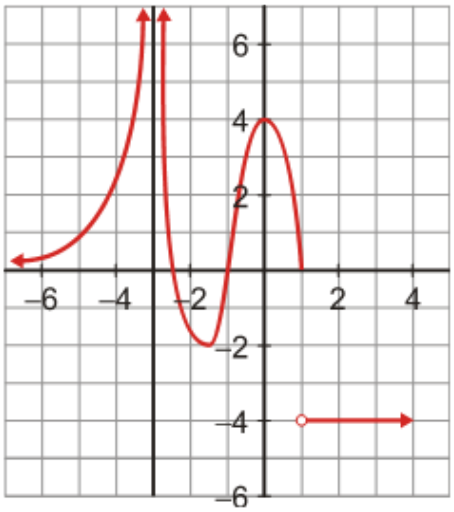
2.- Determina la función inversa de:

a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

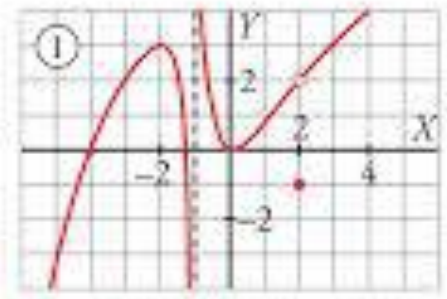
b) $f(x) = \frac{2x+1}{3}$

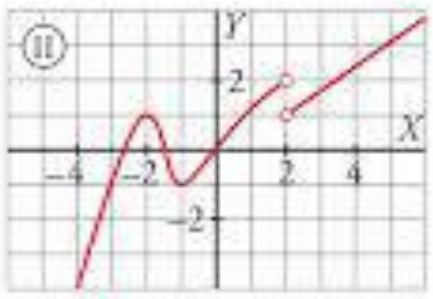
c) $f(x) = \sqrt{2x-3}$

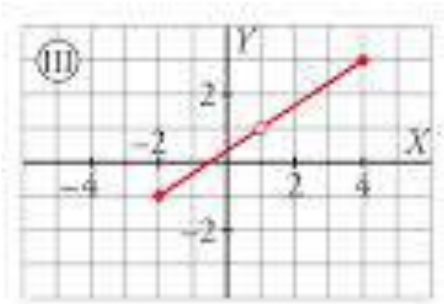
3.- Dadas la siguiente gráfica de funciones, estudia el dominio, el recorrido, la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento) y los extremos (máximos y mínimos) relativos y absolutos.

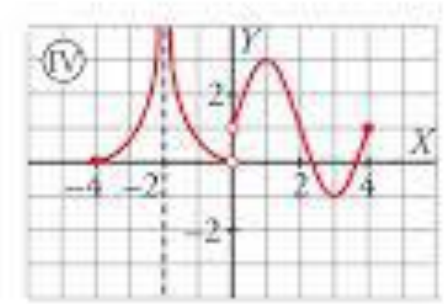


4.- Dadas las siguientes gráficas de funciones determina su dominio, recorrido, monotonía y extremos absolutos y relativos









5.- Dada la curva $y=\frac{x+1}{x^2+x-2}$

Calcular:

a) El dominio.

b) Las asíntotas.

c) Hacer una representación gráfica de la misma.

6.- Dada una curva de ecuación $y=\frac{3x^2}{x^2+1}$

Determinar:

a) Dominio.

b) Máximos y mínimos.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Asíntotas.

7.- Dada una función $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$

Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes.

b) Ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

8.- Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = -3$

b) $g(x) = 3x$

c) $h(x) = 2x - 6$

d) $i(x) = x^2 + 2x - 8$

9.- Una persona duda entre comprarse un coche de gasolina o uno de gasóleo (diesel). El primero consume, cada 100 km, 12 litros de gasolina a 0,69 € por litro. El segundo consume, cada 100 km, 7 litros de gasóleo a 0,42 € por litro, y cuesta 3005 € más que el primero. Determina las funciones que nos dan el gasto de cada coche en función de los km recorridos. ¿A partir de cuántos km es más rentable el diesel?

10.- Los costes de producción de una empresa vienen dados por $40\,000 + 20\,q + q^2$ donde q son las unidades producidas. El precio de venta de cada unidad es de 520 €.

UNIDAD Nº 7: LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

LINKS

https://www.vitutor.com/fun/3/a_1.html
https://www.youtube.com/watch?v=4THTCge1sKk
https://www.youtube.com/watch?v=0iA2sDzEm6Y
https://www.youtube.com/watch?v=QEoHDt-7JS0
https://www.hiru.eus/es/matematicas/limite-de-una-funcion
https://www.matematicasonline.es/pdf/Temas/1BachCT/Limite%20de%20una%20funcion.pdf
http://www.ehu.eus/juancarlos.gorostizaga/apoyo/limites.htm

1.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 1}\left(3x^2-6x+1\right)$

b) $\lim_{x\to\infty}\left(x^2-2x+1\right)$

c) $\lim_{x\to-\infty}\left(-3x^3+x\right)$

d) $\lim_{x\to a}\dfrac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-a^2}$

e) $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+1}$

f) $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x-2}\right)$

2.- Calcula los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2-3x^3+5x}{-x^2+4x}=$

$b)\ \lim_{x\to\infty}\sqrt{\dfrac{-12x^2+4x-5}{3x-3x^2-1}}=$

$c)\ \lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-3x+2}$

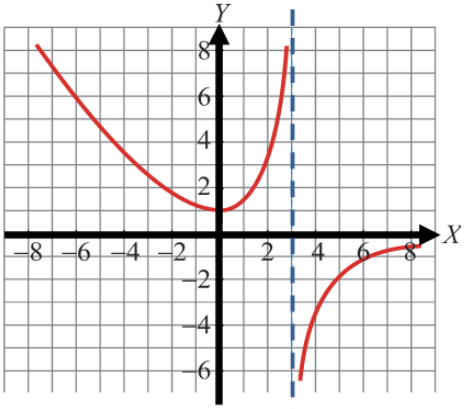
$d)\ \lim_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}}=$

3.- Estudia la continuidad de la siguiente función y realiza su representación gráfica:

$$f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{si} \quad x\le -2\\ x^2 & \text{si} \quad x>-2\end{cases}$$

4.- Resuelve:

a) Estudia la continuidad de la siguiente gráfica.



b) Calcula los siguientes límites en la gráfica:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) =$$

5.- Hallar el límite, en caso de que exista.

a) Hallar $\lim_{x\to 5} f(x)$, si $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & \text{si } x<5 \\ 6x-7, & \text{si } x>5 \end{cases}$

b) Hallar $\lim_{x\to 1} f(x)$, si $f(x)=\begin{cases} x^2+2x-5, & \text{si } x<1 \\ 3x-7, & \text{si } x>1 \end{cases}$

c) Hallar $\lim_{x\to 2} f(x)$, si $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2}, & \text{si } x<2 \\ x(6x-12), & \text{si } x>2 \end{cases}$

6.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} x & \text{si } x<1 \\ 3 & \text{si } x=1 \\ x & \text{si } x>1 \end{cases}$$

7.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{si } x\le -2 \\ x^2-1 & \text{si } -2<x\le 1 \\ x+2 & \text{si } x>1 \end{cases}$$

8.- Considere la función

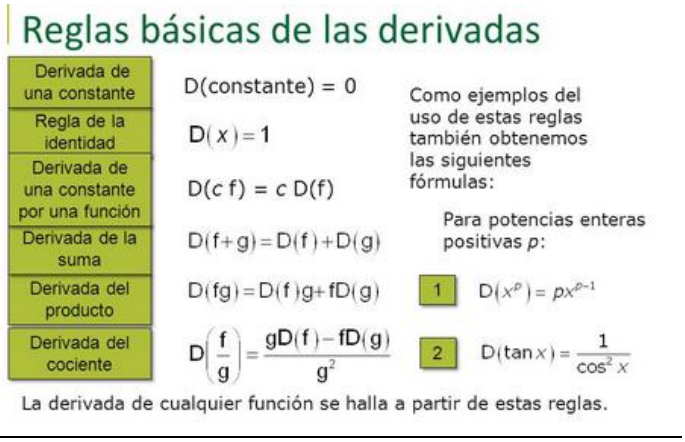
$$f(x)=\begin{cases} 3x-2 & \text{si } x<2 \\ 4x+2 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

Determinar si existe el $\lim_{x\to 2} f(x)$

UNIDAD Nº 8: DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

LINKS

https://derivadas.es/
https://www.youtube.com/watch?time_continue=4&v=ia8L26ub_pc
https://www.youtube.com/watch?v=O45EeyVsxGA
https://www.youtube.com/watch?v=esqifiwEnxM
https://www.matematicasonline.es/pdf/Temas/2BachCT/Calculo%20de%20derivadas.pdf
https://www.hiru.eus/es/matematicas/reglas-de-derivacion-i
https://www.hiru.eus/es/matematicas/reglas-de-derivacion-ii



DERIVADAS DE LAS FUNCIONES ELEMENTALES			
Simple		Compuesta	
Función	**Derivada**	**Función**	**Derivada**
$y=k$	$y'=0$		
$y=x^n$	$y'=nx^{n-1}$	$y=f(x)^n$	$y'=nf(x)^{n-1}\cdot f'(x)$
$y=\frac{1}{x}$	$y'=\frac{-1}{x^2}$	$y=\frac{1}{f(x)}$	$y'=\frac{-f'(x)}{f(x)^2}$
$y=\sqrt{x}$	$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y=\sqrt{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y=\sqrt[n]{x}$	$y'=\frac{1}{n\cdot\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y=\sqrt[n]{f(x)}$	$y'=\frac{f'(x)}{n\cdot\sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$
$y=e^x$	$y'=e^x$	$y=e^{f(x)}$	$y'=f'(x)\cdot e^{f(x)}$
$y=a^x$	$y'=a^x\cdot\ln a$	$y=a^{f(x)}$	$y'=f'(x)\cdot a^{f(x)}\cdot\ln a$
$y=\ln x$	$y'=\frac{1}{x}$	$y=\ln f(x)$	$y'=\frac{f'(x)}{f(x)}$
$y=\log_a x$	$y'=\frac{1}{x\ln a}$	$y=\log_a f(x)$	$y'=\frac{f'(x)}{f(x)\ln a}$
$y=senx$	$y'=\cos x$	$y=sen(f(x))$	$y'=f'(x)\cdot\cos(f(x))$
$y=\cos x$	$y'=-senx$	$y=\cos(f(x))$	$y'=-f'(x)\cdot sen(f(x))$
$y=tg\,x$	$y'=\frac{1}{\cos^2 x}=1+tg^2x=\sec^2 x$	$y=tg(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))}=f'(x)\cdot(1+tg^2(f(x)))=f'(x)\sec^2(f(x))$
$y=cotg\,x$	$y'=\frac{-1}{sen^2x}=-(1+cotg^2x)=-cosec^2x$	$y=cotg(f(x))$	$y'=\frac{-f'(x)}{sen^2(f(x))}=-f'(x)\cdot(1+cotg^2(f(x)))=-f'(x)cosec^2(f(x))$
$y=\sec x$	$y'=\frac{senx}{\cos^2 x}$	$y=\sec(f(x))$	$y'=\frac{sen(f(x))}{\cos^2(f(x))}f'(x)$
$y=cosec\,x$	$y'=\frac{-\cos x}{sen^2x}$	$y=cosec(f(x))$	$y'=\frac{-\cos(f(x))}{sen^2(f(x))}f'(x)$
$y=arcsen\,x$	$y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=arcsen(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$
$y=\arccos x$	$y'=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y=\arccos(f(x))$	$y'=\frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$
$y=arctg\,x$	$y'=\frac{1}{1+x^2}$	$y=arctg(f(x))$	$y'=\frac{f'(x)}{1+f(x)^2}$

1.- Halla la tasa de variación media de la función f(x) = x^2-x+3, en los siguientes intervalos:

a) [2,3]

b) [2,4]

c) [2,5]

2.- Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) f(x) = $\sqrt[7]{x^4}$

b) f(x) = x^8

c) f(x) = $\sqrt[5]{x^3}$

3.- Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 8x + 9$

b) $f(x) = 2\,sen\,x - 3\cos x$

c) $f(x) = 7\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[4]{x^3}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{2x} - 5x$

4.- Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x^2}$

b) $f(x) = x \cdot e^x$

c) $f(x) = x \cdot sen\,x$

d) $f(x) = x \cdot \ln x$

e) $f(x) = sen\,x \cdot \cos x$

f) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$

g) $f(x) = (x^2 + 2x) \cdot sen\,x$

h) $f(x) = (e^x - x) \cdot \ln x$

5.-Calcula la derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$

b) $g(x) = 3x^3 - \dfrac{x^2}{3} + \sqrt{2}x - \sqrt{3}$

c) $h(x) = \dfrac{3x^5}{5} - \dfrac{2x^2}{3} + \dfrac{2}{3}$

d) $i(x) = \dfrac{1}{2x} - \dfrac{2}{x^3} + \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{x}}$

6.- Calcula la derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4.\ln x$

b) $g(x) = \sqrt{x}.\cos x$

c) $h(x) = \dfrac{3x}{3x-1}$

d) $i(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

7.- Calcula las derivadas segunda y tercera para la función:

f$(x) = e^{2x} + sen\ x$(x) =

8.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & si \quad x < 0 \\ \dfrac{x}{x+1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) Analice la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) Determine la asíntota horizontal, si la tiene.

c) Determine la asíntota vertical, si la tiene.

9.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) f(x) = sen x^2

b) f(x) = $sen^2 x$

c) f(x) = $(3x^2 - 2)^5$

d) f(x) = $\sqrt[3]{x^2 - 3}$

9.-Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0.2\,t^2 + 4\,t + 25, \quad 0 \leq t \leq 25$$

Siendo t los años transcurridos desde el año 2000.

a) ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?

b) ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?

c) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función C(t) en t = 8. Interprete el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.