U1: NÚMEROS

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS

- $\mathbb{R}$ Reales
  - $\mathbb{Q}$ Racionales
    - $\mathbb{Z}$ Enteros
      - $\mathbb{N}$ Naturales
        - 1
        - Primos
        - Compuestos
      - 0 Cero
      - Enteros negativos
    - Fraccionarios
      - Fracciones propias
      - Fracciones impropias
  - Irracionales
    - Algebraicos irracionales
    - Trascendentes

Racionales, Se pueden poner como cociente de dos números enteros, los irracionales no. La expresión decimal de un número irracional tiene infinitas cifras no periódicas. Al conjunto de ambos los llamamos números reales.

Clasificar: $\sqrt{3}$; 5; -2; 4,5; $7,\widehat{3}$; $-\sqrt[3]{6}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt{-8}$; e^3

VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO REAL

Podemos definir el valor absoluto de un número como el tamaño del mismo, o lo que es igual la distancia al número desde el cero.

$$|a| = \begin{cases} a \; Si \; a \geq 0 \\ -a \; Si \; a < 0 \end{cases}$$

EJEMPLOS

1. $|7{,}4| = 7{,}4$; $|0| = 0$; $|-5| = 5$; $\left|1-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}-1, Dado\ que\ \sqrt{3}\ es\ mayor\ que\ 1$

2. Para qué valores se cumplen las siguientes igualdades/ desigualdades:

a) $|x| = 3; x = 3\ y\ x = -3$

b) $|x| = 0; x = 0$

c) $|x| = \sqrt{3}$; $x = \sqrt{3}\ x = -\sqrt{3}$

d) $|x| < 3$; $-3 < x < 3$

e) $|x| \geq 3; x \leq -3 ; x \geq 3$

f) $|x-2| \leq 3;\ -3 \leq x-2 \leq 3;\ -1 \leq x \leq 5$

ACTIVIDADES

1. Averiguar para que valores de x se cumplen las relaciones

$$|x| = 5 \;;\; |x| \leq 5;\; |x-4| = 2;\; |x-4| \leq 2;\; |x+4| > 5$$

LOGARITMOS

Si a > 0 y a distinto de 1, se llama logaritmo en base a de P y se designa $\log_a P$; al exponente al que hay que elevar la base a para obtener P

$$\log_a P = x \;;\; a^x = P$$

EJEMPLOS

1. $\log_2 8 = 3 \; Dado \; que \; 2^3$= 8

2. $\log_2 \frac{1}{8} = -3 \; Dado \; que \; \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$

3. $\log_{10} 10\,000 = 4 \; Dado \; que \; 10^4 = 10\,000$

4. $\log_{10} 0{,}0001 = -4 \; Dado \; que \; 10^{-4} = 0{,}0001$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. Dos números distintos tienen logaritmos distintos

2. $\log_a a = 1$

3. $\log_a 1 = 0$

4. $\log_a (A \cdot B) = \log_a A + \log_a B$

5. $\log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$

6. $\log_a p^n = n \cdot \log_a p$

7. $\log_a \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} \cdot \log_a p$

8. Cambio de base $\log_a p = \frac{\log_b p}{\log_b a}$

LOGARITMOS DECIMALES Y NEPERIANOS

Los logaritmos son aquellos que tienen por base 10 y se designan como log K

Los logaritmos neperianos son aquellos que tienen como base el número e y se designan ln K = LK

EJEMPLOS

1. Sabiendo que $\log_2 A = 3{,}5 \; y \; que \; \log_2 B = -1{,}4$

Calcular:

a) $\log_2 \frac{A\cdot B}{4} = \log_2 A + \log_2 B - \log_2 4 = 3{,}5 - 1{,}4 - 2 = 0.1$

b) $\log_2 \frac{2\sqrt{A}}{B^3} = \log_2 2 + \log_2 \sqrt{A} - \log_2 B^3 = 1 + \frac{1}{2}\log_2 A - 3\log_2 B = 1 + \frac{1}{2}\cdot 3{,}5 - 3\cdot (-1{,}4) = 6{,}95$

2. Calcular x en cada una de las siguientes expresiones

a) $\log_7 x = -2\ ;\ 7^{-2} = x; x = \frac{1}{49}$

b) $\log_x 16 = 2\ ;\ x^2 = 16; x = 4$

c) $\log_{10} 5^x = 12;\ x\cdot \log 5 = 12\ ; x = \frac{12}{\log 5} \approx 17{,}17$

d) $3^x = 173;\ \log 3^x = \log 173\ ; x\cdot \log 3 = \log 173; X = {}^{\log 173}/_{\log 3}$

ACTIVIDADES

1. Calcular usando la definición de logaritmo: $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

2. Calcular x en cada caso:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x {}^{1}/_{9} = -2$

c) $\log 3^x = 2$

d) $\log x^2 = -2$

e) $7^x = 115$

3. Hallar el valor de x aplicando las propiedades de los logaritmos

a) lnx= ln17+ln13

b) log x = log36 – log 9

c) ln x = 3 · ln 5

d) log x = log10 +log25 _ 2· log 6

e) ln x = 4· ln 2- 1/2 ln 25