$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e(x-1)}{e^x-e} & \text{si } x<1 \quad T1 \\ \dfrac{1}{4x-3} & \text{si } x\geq 1 \quad T2 \end{cases}$$

T1: FUNCIÓN RACIONAL SIN PROBLEMAS DE CONTINUIDAD EN SU DOMINIO. $(x<1)$

T2: FUNCIÓN RACIONAL SIN PROBLEMAS DE CONTINUIDAD EN SU DOMINIO. $(x\geq 1)$

- ESTUDIAR CONTINUIDAD EN $x=1$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{0}{0} \text{ (INDETERMINACIÓN)}$$

L'HOPITAL

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{e}{e^x} = \frac{e}{e} = 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{1} = 1$$

$$f(1) = \frac{1}{1} = 1$$

- LA FUNCIÓN ES CONTINUA EN $x=1$, Y POR TANTO, EN TODO $\mathbb{R}$.

$$\boxed{\frac{(e)\cdot(e^x-e)-e(x-1)\cdot e^x}{(e^x-e)^2}=\frac{e(e^x-e-xe^x+e^x)}{(e^x-e)^2}=\frac{e(2e^x-e-xe^x)}{(e^x-e)^2}\;;\;x<1 \qquad \frac{-4}{(4x-3)^2}\;;\;x>1}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{e(2e^x-e-xe^x)}{(e^x-e)^2} & \text{si } x<1\\[2ex] \dfrac{-4}{(4x-3)^2} & \text{si } x>1\end{cases}$$

• ESTUDIAR DERIVABILIDAD EN $X=1$

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x)=\frac{0}{0} \text{ (INDETERMINACIÓN)}$$

L'HOPITAL

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{e(2e^x-(e^x+xe^x))}{2(e^x-e)\cdot e^x}=$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{e(e^x-xe^x)}{2(e^x-e)e^x}=$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{e\cdot\cancel{e^x}(1-x)}{2\cdot\cancel{e^x}\cdot(e^x-e)}=$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{e(1-x)}{2(e^x-e)}=\frac{0}{0} \text{ (IND)}$$

L'HOPITAL

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{e(-1)}{2(e^x)} = \frac{-e}{2e} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 1^+} f'(x) = \frac{-4}{1} = -4$$

- LA FUNCIÓN NO ES DERIVABLE EN $X=1$, YA QUE LOS LÍMITES LATERALES NO COINCIDEN