RELATIVIDAD. DILATACIÓN DEL TIEMPO:

DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA NIÑA

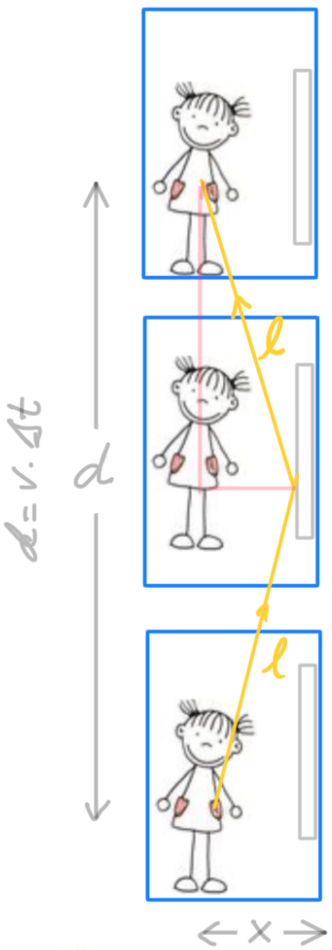
El ascensor se mueve con velocidad "v"
La luz con velocidad "c"

El rayo tarda un intervalo de tiempo Δt_0 en ir y volver a su ombligo. Como la luz va a una velocidad "c" y recorre 2 veces la distancia del ombligo al espejo "x":

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow s = v \cdot t \Rightarrow 2x = c \cdot \Delta t_0$$

$$\boxed{\Delta t_0 = \frac{2x}{c}}$$

DESDE EL PUNTO DE VISTA DEL NIÑO:



El rayo tardará un tiempo Δt en recorrer la distancia "2ℓ"

$$\text{Donde } \ell^2 = x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\left[\begin{aligned} d &= v \cdot \Delta t \\ \ell &= c \cdot \frac{\Delta t}{2} \end{aligned}\right]$$

$$\left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2$$

Despejando x^2:

$$x^2 = \left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 - \left(\frac{v \cdot \Delta t}{2}\right)^2$$

$$x^2 = \frac{c^2 \cdot \Delta t^2}{4} - \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}$$

Como:

$$\boxed{\Delta t_0 = \frac{2x}{c}} \Rightarrow x = \frac{c \cdot \Delta t_0}{2}$$

Ya tenemos la relación entre los dos intervalos de tiempo:

$$\left(\frac{c\,\Delta t_0}{2}\right)^2 = \frac{c^2 \cdot \Delta t^2}{4} - \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{4}$$

$$\frac{c^2 \Delta t_0^2}{\cancel{4}} = \frac{c^2 \cdot \Delta t^2}{\cancel{4}} - \frac{v^2 \cdot \Delta t^2}{\cancel{4}} \Longrightarrow \boxed{c^2 \Delta t_0^2 = c^2 \cdot \Delta t^2 - v^2 \cdot \Delta t^2}$$

Para despejar Δt:

$$c^2 \cdot \Delta t_0^2 = \Delta t^2 \cdot (c^2 - v^2)$$

$$\frac{c^2 \cdot \Delta t_0^2}{c^2 - v^2} = \Delta t^2 \Longrightarrow \boxed{\Delta t = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} \cdot \Delta t_0}$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} \cdot \Delta t_0 \Longrightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{1}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0$$

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \, \Delta t_0}$$

TRANSFORMACIÓN DE LORENTZ INTERVALOS DE TIEMPO

¡$\Delta t > \Delta t_0$!