DERIVADAS E INTEGRALES:

Pensemos en el M.R.U.A., con $a = cte$ y utilicemos la física para acercar estas dos operaciones a la realidad.

Velocidad (v) : "variación de la posición (x) respecto de t"

Aceleración (a) : "variación de la velocidad"

La derivada es variación:

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a\,dt$$

$a = cte$ en el M.R.U.A.

$$\int dv = \int a\,dt$$

$$v = a\int dt$$

$$v = a \cdot t + C$$

Si $t=0 \Rightarrow V = C$; o sea C es la velocidad cuando $t=0$, es decir $C = V_0$

$$\boxed{V = V_0 + at}$$

FÓRMULA SUPERCONOCIDA DEL M.R.U.A.

Como además la velocidad es la variación de la posición, respecto del tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

$$\int dx = \int v\,dt$$

$$x = \int (V_0 + at) \cdot dt$$

$$x = \int \overset{cte}{V_0}\,dt + \int \overset{cte}{a}\,t\,dt$$

$$x = V_0 \cdot t + a\frac{t^2}{2} + C$$

Si $t=0$; $x = C \Rightarrow C = x_0$

$$\boxed{x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

FÓRMULA SUPERCONOCIDA DEL M.R.U.A.

Si no queremos "chiflarnos" con las constantes podemos utilizar la integral definida:

$a = \frac{dv}{dt}$ "la aceleración es la variación de la velocidad respecto del tiempo"

$$dv = a\,dt \Rightarrow \int_{t=0}^{t=t} dv = \int_{t=0}^{t=t} a\,dt$$

$$[V]_{t=0}^{t=t} = a\,[t]_{t=0}^{t=t}$$

$$V_t - V_0 = a(t-0)$$

$$\boxed{V = V_0 + at}$$

$v = \frac{dx}{dt}$ "Hay velocidad cuando hay variación de la posición a lo largo del tiempo"

$$dx = v\,dt \Rightarrow \int_{t=0}^{t=t} dx = \int_{t=0}^{t=t} v\,dt$$

$$\int_{t=0}^{t=t} dx = \int_{t=0}^{t=t} (V_0 + at)\,dt$$

$$[x]_{t=0}^{t=t} = \int_{t=0}^{t=t} V_0\,dt + \int_{t=0}^{t=t} at\,dt$$

$$x_t - x_0 = V_0 \int_{t=0}^{t=t} dt + a \int_{t=0}^{t=t} t\,dt$$

$$x_t - x_0 = V_0(t-0) + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_{t=0}^{t=t}$$

$$x_t - x_0 = V_0 t + a\frac{t^2}{2}$$

$$\boxed{x = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

Debemos notar que: de la propia definición de que una magnitud es la variación de otra cosa, si integramos la tenemos.

La integral encuentra la "primitiva", el origen, la causa.

Si integro la aceleración obtengo su causa, la velocidad en función del tiempo.

Derivando sigo la ruta:

$$\boxed{\text{posición} \rightarrow \text{velocidad} \rightarrow \text{aceleración}}$$

Integrando; la ruta inversa:

$$\boxed{\text{aceleración} \rightarrow \text{velocidad} \rightarrow \text{posición}}$$

Si en matemáticas

$$y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \quad dy = y'dx$$

$$\int dy = \int y'dx$$

$$y = \int y'dx$$

"Hay que integrar la derivada para obtener la función"