EJERCICIO M2BE2225:

$f(x) = -x^2+4x$

$g(x) = 2x^2-2x$

a) Representa área encerrada

b) Calcula la

a) $\boxed{f(x) = -x^2+4x}$

¡Cortes!

¡Máx ó mínimo!

Corte ox; $f(x)=0$

$-x^2+4x=0$

$x(-x+4)=0 \Rightarrow x=0$, $x=4$

$\boxed{(0,0)}$ $\boxed{(4,0)}$

Corte oy: $x=0$

$y = -0^2+4\cdot 0=0$

$\boxed{(0,0)}$

¿Máximo o mínimo?

$f'(x) = -2x+4 \Rightarrow f'(x)=0$

$-2x+4=0 \Rightarrow x=2$

$f''(x) = -2 \Rightarrow f''(2)<0$

En $x=2$ Máximo

$f(2) = -(2)^2+4\cdot 2 = -4+8=4$

$\boxed{(2,4) \text{ Máx de } f(x)}$

$\boxed{g(x) = 2x^2-2x}$

Corte ox: $g(x)=0$

$2x^2-2x=0$

$2x(x-1)=0 \Rightarrow x=0$, $x=1$

$\boxed{(0,0)}$ $\boxed{(1,0)}$

Corte oy: $x=0$

$y = 2\cdot 0^2-2\cdot 0=0$

$\boxed{(0,0)}$

¿Máximo o mínimo?

$g'(x) = 4x - 2 \Rightarrow g'(x) = 0$

$4x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$g''(x) = 4 \Rightarrow g''\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

En $x = \frac{1}{2}$ mínimo

$g\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

$\boxed{\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \text{ mínimo de } g(x)}$

Corte de ambas: $f(x) = g(x)$

$-x^2 + 4x = 2x^2 - 2x$

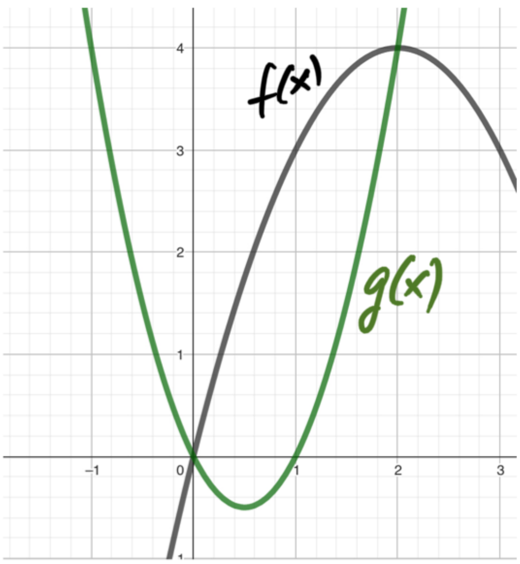
$-3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(-3x + 6) = 0$

$\boxed{x = 0}$

$-3x + 6 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

¡que serán los límites de integración!

La representación del recinto:



b) $$\text{Área} = \int_0^2 [f(x) - g(x)]\,dx =$$

$$= \int_0^2 [-x^2 + 4x - (2x^2 - 2x)]\,dx =$$

$$= \int_0^2 (-3x^2 + 6x)\,dx = \left[-\frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} + \frac{6x^2}{2}\right]_0^2 =$$

$$= \left[-x^3 + 3x^2\right]_0^2 = -2^3 + 3 \cdot 2^2 - (-0^3 + 3 \cdot 0^2) = 4u^2$$

$$\boxed{\text{Área} = 4u^2}$$