

EJERCICIO H2BE2267:

"achimages.com"

$$r: \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases}$$

$$\vec{u}_1 = (2, -1, 0)$$

$$\vec{u}_2 = (3, 0, -4)$$

$$\pi_1: x - y + 3z = 12$$

$$\vec{n}_{\pi_1} = (1, -1, 3)$$

a) π_2 ? contiene a r y es perpendicular a π_1 .

Para el plano π_2

$\vec{dr}$ $\rightarrow$ sea el director de r
 $\vec{n}_{\pi_1}$ $\rightarrow$ sea el normal de π_1

$$\begin{vmatrix} u_x & v_x & x-p_x \\ u_y & v_y & y-p_y \\ u_z & v_z & z-p_z \end{vmatrix} = 0$$

"Ecuación implícita del plano"

$\vec{r}$ $\rightarrow$ un punto de la recta r

$$\vec{dr} = \vec{n}_1 \times \vec{u}_2 = (2, -1, 0) \times (3, 0, -4)$$

$$\vec{dr} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 3\vec{k} + 8\vec{j} = (4, 8, 3) = \vec{dr}$$

$$\vec{n}_{\pi_2} = (1, -1, 3)$$

$$P_r \rightarrow \text{haciendo en } r: \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x - 4z = -1 \end{cases}$$

$$x = 1!$$

$$2 - y = 5 \Rightarrow -y = 3 \Rightarrow y = -3$$

$$3 - 4z = -1 \Rightarrow -4z = -4 \Rightarrow z = 1$$

$$\Rightarrow P_r(1, -3, 1)$$

Ec del plano π_2 :

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & x-1 \\ 8 & -1 & y+3 \\ 3 & 3 & z-1 \end{vmatrix} = 0$$

$$-4(z-1) + 3(y+3) + 24(x-1) + 3(x-1) - 8(z-1) - 12(y+3) = 0$$

$$-4z + 4 + 3y + 9 + 24x - 24 + 3x - 3 - 8z + 8 - 12y - 36 = 0$$

$$27x - 9y - 12z - 42 = 0$$

simplificando

$$9x - 3y - 4z - 14 = 0 \equiv \pi_2$$

6) Punto de Intersección de r y π_1 :

Pasamos r a paramétrica y sustituimos en π_1 :

$$r: \begin{cases} \vec{dr} = (4, 8, 3) \\ Pr = (1, -3, 1) \end{cases} \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = -3 + 8\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$$

$$\pi_1 \equiv x - y + 3z = 12$$

Sustituyendo r en π_1 :

$$1 + 4\lambda - (-3 + 8\lambda) + 3(1 + 3\lambda) = 12$$

$$1 + 4\lambda + 3 - 8\lambda + 3 + 9\lambda = 12$$

$$5\lambda = 5 \Rightarrow \lambda = 1$$

Efectivamente
se cortan en
un punto

El Punto de Intersección:

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 + 4 \cdot 1 = 5 \\ y = -3 + 8 \cdot 1 = 5 \\ z = 1 + 3 \cdot 1 = 4 \end{array} \right\} \text{Punto de corte } (5, 5, 4)$$