

EJERCICIO MIRE 2268:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

- Domínio y corte con ejes
- Asintotas
- Monotonía

a) Domínio; $x=0$ ← función Racional, donde se anula el den

$$\text{Dom} = \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$$
$$\text{Dom} = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

se anula el den

Corte con ejes:

Eje Ox: $y=0 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x}=0 \Rightarrow x^2-1=0$
 $x^2=1$

$$\begin{pmatrix} 1, 0 \\ -1, 0 \end{pmatrix}$$

$$x = \pm 1$$

Eje Oy: $x=0 \Rightarrow y = \frac{0^2-1}{0} = \left(\frac{-1}{0}\right) \notin \mathbb{R}$

i No corta con Eje Oy!

Evidente, no está definida en el eje Oy, en $x=0$, donde tendría precisamente asíntota vertical.

b) Asintotas Verticales:

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \Leftrightarrow \text{s.v. de ec } x=a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{x} = \left(\frac{-1}{0}\right) = \pm \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2-1}{x} = \frac{(-)}{(-)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2-1}{x} = \frac{(-)}{(+)} = -\infty$$

i $f(x)$ tiene asíntota vertical de ec. $x=0$!

Asintotas horizontales:

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k \Leftrightarrow \text{A.H. de ec } y = k$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \infty \quad \text{N}^{\circ} \text{ de mayor grado}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x} = \dots = -\infty$$

¡No tiene Asintota horizontal!

Asintotas oblicuas:

$$y = mx + n \Rightarrow m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$
$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx]$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x} : x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \dots = 1$$

$$m = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 - 1}{x} - x \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1 - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

$$n = 0$$

f(x) tiene Asintota oblicua cuando $x \rightarrow +\infty$ y $x \rightarrow -\infty$ de ecuación $y = x$!

c) Monotonía:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2-1) \cdot 1}{x^2} =$$
$$= \frac{2x^2 - x^2 + 1}{x^2} = \frac{x^2 + 1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0$$

No tiene solución

¡No tiene Máx ni mín!



$$\text{De } (-\infty, 0) \Rightarrow f'(-1) = \frac{(-1)^2 + 1}{(-1)^2} > 0 \text{ ¡Creciente!}$$

$$\text{De } (0, \infty) \Rightarrow f'(1) = \frac{1^2 + 1}{1^2} > 0 \text{ ¡Creciente!}$$

Creciente $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$