EJERCICIO M2BE2315:

Hallar a y b para que:

$y=6x+a$ sea tangente a

$f(x)=\frac{bx-1}{bx+1}$ en $x=0$

Si $y=6x+a$ es tangente a $f(x)$ en $x=0$ toca a $f(x)$ en $x=0$, con lo que:

A) $y(0)=f(0)$

Y como además es tangente, la pendiente de $y=6x+a$ coincidirá con la derivada de $f(x)$ en ese punto $(x=0)$

B) $6=f'(0)$

A) $y(0)=f(0)$

$$6\cdot 0+a=\frac{b\cdot 0-1}{b\cdot 0+1} \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

B) $f(x)=\frac{bx-1}{bx+1}$

$$f'(x)=\frac{b\cdot(bx+1)-(bx-1)\cdot b}{(bx+1)^2}=$$

$$=\frac{\cancel{b^2x}+b-\cancel{b^2x}+b}{(bx+1)^2}=\frac{2b}{(bx+1)^2}$$

$$f'(0)=\frac{2b}{(b\cdot 0+1)^2}=2b$$

B) $6=f'(0) \Rightarrow 6=2b$

$$\boxed{b=3}$$

Entonces
$$\boxed{\begin{array}{l} y=6x-1 \\ f(x)=\dfrac{3x-1}{3x+1} \end{array}}$$

COMPROBAMOS A VER SI ES VERDAD: