EJERCICIO MIBE2419:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$$

a) Corte con los ejes.
b) Monotonía y extremos
c) Curvatura y P.I.

a) Corte con los ejes:

Eje OX $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -5 & -1 & 5 \\ 5 & & 5 & 0 & -5 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-5)\cdot(x^2-1) = 0$

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$$\boxed{(5,0);(1,0);(-1,0)}$$

Eje OY: $x = 0 \Rightarrow \boxed{(0,5)}$

b) Monotonía y extremos relativos:

$f'(x) = 3x^2 - 10x - 1$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 10x - 1 = 0$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4\cdot 3\cdot(-1)}}{2\cdot 3} = \frac{10 \pm 10,58}{6}$$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = 3,43 \\ x_2 = -0,1 \end{array}\right\}$ Posible Máx o mín

Monotonía:

$f'(-1) = 3(-1)^2 - 10(-1) - 1 = 3 + 10 - 1 > 0 \Rightarrow$ CREC

$f'(1) = 3\cdot 1^2 - 10\cdot 1 - 1 = 3 - 10 - 1 < 0 \Rightarrow$ DEC

$f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 10 \cdot 4 - 1 = 48 - 40 - 1 > 0 \Rightarrow$ CREC

Por ello:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Creciente } (-\infty; -0{,}1) \cup (3{,}43; \infty) \\ \text{Decreciente } (-0{,}1; 3{,}43) \end{array}}$$

Por ello también:

Máx en $x = -0{,}1$; Mín en $x = 3{,}43$

$$f(-0.1) = (-0{,}1)^3 - 5(-0{,}1)^2 - (-0.1) + 5 \simeq 5{,}05$$

$$f(3{,}43) = (3{,}43)^3 - 5(3{,}43)^2 - (3{,}43) + 5 \simeq -19{,}9$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Máx } (-0{,}1; 5{,}05) \\ \text{Mín } (3{,}43; -16{,}9) \end{array}}$$

c) Puntos de Inflexión y Curvatura:

$$f''(x) = 6x - 10$$

$$6x - 10 = 0 \Rightarrow 6x = 10 \Rightarrow \boxed{x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}}$$

Curvatura:

$$f''(0) = 6 \cdot 0 - 10 < 0 \Rightarrow \text{Convexa}$$

$$f''(2) = 6 \cdot 2 - 10 > 0 \Rightarrow \text{Cóncava}$$

¡Que cuadra con los máx y mínimos!

$$\boxed{\begin{array}{l} f(x) \text{ es Convexa } \left(-\infty, \frac{5}{3}\right) \\ f(x) \text{ es Cóncava } \left(\frac{5}{3}, \infty\right) \end{array}}$$

PUNTO DE INFLEXIÓN: $x = \frac{5}{3}$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{5}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} + 5 \simeq -5{,}93$$

$$\boxed{P.I. \quad \left(\frac{5}{3} ; -5{,}93\right)}$$