EJERCICIO MIBE2420:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

a) Dominio: $Dom(f) = \mathbb{R}$
$Dom(f) = (-\infty, \infty)$ } ¡función polinómica!

b) Puntos de corte con los ejes:

Con eje OX: $y = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

Cortes con OX: $\boxed{(-2,0), (-1,0), (1,0)}$

Cortes con OY: $x = 0 \Rightarrow y = -2$ $\boxed{(0,-2)}$

c) Máximos y mínimos: $¡f'(x) = 0!$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 1$$

$$3x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3}$$

$x_1 = 0{,}22$
$x_2 = -1{,}55$ } Posibles máx o mín.

d) ¿Crecimiento y Decrecimiento?

CREC → DECREC → CREC.

-2 | 0 | 1

$-\infty$ — $-1{,}55$ — $0{,}22$ — ∞

$f'(-2) = 3(-2)^2 + 4(-2) - 1 > 0$ CREC.

$f'(0) = 3 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 - 1 < 0$ DECREC

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 > 0$ CREC

Por lo tanto:

¡En $x=-1,55$ tiene un Máximo!

¡En $x=0,22$ tiene un mínimo!

$f(-1,55)=(-1,55)^3+2(-1,55)^2-(-1,55)-2=0,63$

$f(0,22)=\ldots\ldots=-2,11$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Máximo en } (-1,55;\,0,63)\\ \text{mínimo en } (0,22;\,-2,11)\end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Creciente: } (-\infty;\,-1,55)\cup(0,22;\,\infty)\\ \text{Decreciente: } (-1,55;\,0,22)\end{array}}$$

e) Puntos de Inflexión: ¡$f''(x)=0$!

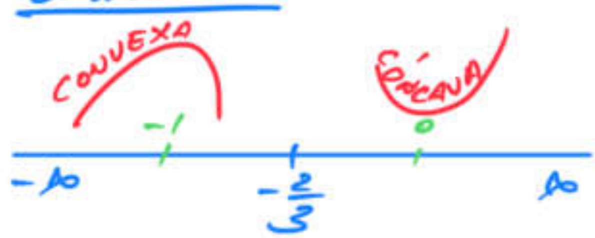
$f''(x)=6x+4$

$6x+4=0 \Rightarrow 6x=-4 \Rightarrow x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

$f\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)^3+2\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\left(-\frac{2}{3}\right)-2=-0,74$

$$\boxed{\text{P.I en } \left(-\frac{2}{3},\,-0,74\right)}$$

f) Curvatura:



$f''(-1)=6(-1)+4<0 \Rightarrow$ Convexa "$\cap$"

$f''(0)=6\cdot 0+4>0 \Rightarrow$ Cóncava "$\cup$"

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Convexa}: \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \\ \text{Cóncava}: \left(-\frac{2}{3}, \infty\right)\end{array}}$$

g) Representación: