$$\begin{cases} x + az = 2 \\ 2x + ay = a + 4 \\ 3x + y + (a+4)z = 7 \end{cases} \qquad M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & 2 \\ 2 & a & 0 & a+4 \\ 3 & 1 & a+4 & 7 \end{array}\right)$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 2 & a & 0 \\ 3 & 1 & a+4 \end{pmatrix}$$

ⓐ

$$|M| = a^2 + 4a + 2a - 3a^2 = -2a^2 + 6a$$

$$|M| = 0 \Rightarrow -2a^2 + 6a = 0 \Rightarrow a(-2a+6) = 0$$

$$\boxed{a=0} \qquad -2a+6=0 \qquad \boxed{a=3}$$

i) Si $a \neq 0$ y $a \neq 3$; $|M| \neq 0$.

Rang$(M) = 3 =$ Rang$(M^*) =$ nº incógnitas

Según teorema Rouche-Frobenius, estamos ante un SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO. (UNA SOLUCIÓN)

ii) Si $a = 0$; $|M| = 0$.

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \end{array}\right)$$

$$|M_{2x2}| = 2 \neq 0$$

Rang$(M) = 2$

$$|M^*_{3x3}| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 4-4=0 \Rightarrow \text{Rang}(M^*) = 2$$

$$\text{Rang}(M) = \text{Rang}(M^*) = 2 < n^{\circ} \text{ incógnitas} = 3$$

Según teorema Rouche-Frobenius, estamos ante un SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO. (INFINITAS SOLUCIONES)

iii) Si $a=3$; $|M| = 0$.

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \end{array} \right) \rightarrow |M_{2x2}| = -9 \neq 0$$

$$\text{Rang}(M) = 2$$

$$|M^*_{3x3}| = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 7 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Rang}(M^*) = 2$$

Misma conclusión que el caso ii

(b) Si $a=2 \Rightarrow$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.

$$x + 2z = 2$$
$$2x+2y = 6$$
$$3x+y+6z=7$$

RESOLUCIÓN POR MÉTODO DE CRAMER

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 3 & 7 & 6 \end{vmatrix}}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix}}{4} = \frac{0}{4} = 0$$