$$\begin{cases} x - my - z = 0 \\ mx - 4y + (6-2m)z = -8m \\ -x + 2y + z = 6 \end{cases} \qquad M^* = \underbrace{\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -m & -1 & 0 \\ m & -4 & 6-2m & -8m \\ -1 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)}_{M}$$

ⓐ

$$|M| = \cancel{-4} - 2m + 6m - 2m^2 + \cancel{4} + m^2 - 12 + 4m$$

$$|M| = 0 \Rightarrow -m^2 + 8m - 12 = 0$$

$$m = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4\cdot(-1)(-12)}}{2\cdot(-1)} = \begin{cases} m = 2 \\ m = 6 \end{cases}$$

i) Si $m \neq 2$ y $m \neq 6$; $|M| \neq 0$.

$Rang(M) = 3 = Rang(M^*) = n^o$ incógnitas

Según teorema Rouche-Frobenius, estamos ante un SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO. (UNA SOLUCIÓN)

ii) Si $m = 2$; $|M| = 0$.

$$M^* = \underbrace{\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & -16 \\ -1 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)}_{M} \rightarrow |M_{2x2}| = -8 \neq 0$$

$Rang(M) = 2$

$$|M^*_{3\times3}| = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -16 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = -48 \neq 0 \Rightarrow Rang(M^*) = 3$$

$$Rang(M) \neq Rang(M^*)$$

Según teorema Rouche-Frobenius, estamos ante un SISTEMA INCOMPATIBLE.

(NO TIENE SOLUCIÓN)

iii) Si $m=6$; $|M| = 0$.

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \boxed{\begin{matrix} -6 & -1 \\ -4 & -6 \end{matrix}} & & 0 \\ 6 & & & -48 \\ -1 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right) \rightarrow |M_{2\times2}| = 32 \neq 0$$

$Rang(M) = 2$

$$|M^*_{3\times3}| = \begin{vmatrix} -6 & -1 & 0 \\ -4 & -6 & -48 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow Rang(M^*) = 2$$

$$Rang(M) = Rang(M^*) = 2 < n^{\underline{o}}\ incógnitas = 3$$

Según teorema Rouche-Frobenius, estamos ante un SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.

(INFINITOS SOLUCIONES)

(b) Si $m=6 \Rightarrow$ SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.

$$\begin{cases} x-6y-z=0 \\ 6x-4y-6z=-48 \\ \cancel{-x+2y+z=6} \end{cases} \qquad x=t \quad t\in\mathbb{R}$$

$$\begin{cases} -6y-z=-t \xrightarrow{\cdot(-6)} 36y+6z=6t \\ -4y-6z=-48-6t \longrightarrow -4y-6z=-48-6t \end{cases}$$

$$32y = -48$$

$$y=-\frac{48}{32}=-\frac{3}{2}$$

$$-6\Big(\overbrace{-\frac{3}{2}}^{y}\Big)-z=-t$$

$$9-z=-t \Rightarrow z=t+9$$

$$\boxed{x=t\ ;\ y=-\frac{3}{2}\ ;\ z=t+9} \quad t\in\mathbb{R}$$