

EJERCICIO H1BE2472:

Calcula las asíntotas de:

$$f(x) = \frac{x^2}{3x-6}$$

ASÍNTOTAS VERTICALES:

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x) \text{ presenta una} \\ \text{asíntota vertical de} \\ \text{ecuación } x=a \end{array} \right.$

Debemos plantearnos entonces el límite en este caso de función racional en el valor de x que anula el denominador.

$$3x-6=0 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{3x-6} = \frac{2^2}{3 \cdot 2 - 6} = \left(\frac{4}{0} \right) = \pm \infty$$

¡Debemos profundizar a ambos lados de $x=2$ a través de los LÍMITES LATERALES!

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{3x-6} = \frac{(+)}{(-)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{3x-6} = \frac{(+)}{(+)} = +\infty$$



$f(x)$ tiene A.V. de ecuación $x=2$ con las tendencias indicadas

ASINTOTAS HORIZONTALES:

Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k \Rightarrow f(x)$ presenta A.H. de ecuación $y = k$

Recomiendo hacer el $\lim_{x \rightarrow \infty}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{3x-6} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \dots = \infty$$

GRADO DEL NUM. > DEN.

Lo mismo con

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{3x-6} = \dots = -\infty$$

¡No presenta ASINTOTA HORIZONTAL!

ASÍNTOTA OBLICUA:

$$y = mx + n \Rightarrow \begin{aligned} m &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \\ n &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx] \end{aligned}$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{3x-6} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{3x^2-6x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \dots$$

$\dots = \boxed{\frac{1}{3} = m}$ (Grado N^{da} = Grado D^{da})

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{3x-6} - \frac{1}{3} \cdot x \right] =$$
$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - (3x-6) \cdot x}{(3x-6) \cdot 3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 3x^2 + 6x}{9x - 18} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{9x-18} = \dots = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3} = n}$$

La asíntota oblicua es:

$$\boxed{y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

¡Notar a través de lo realizado que si hacemos el límite con $x \rightarrow -\infty$ el resultado es el mismo!