EJERCICIO 4IBE2474:

Para $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$

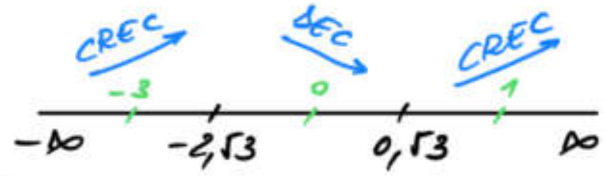
a) Monotonía y extremos
b) Curvatura y Puntos de inflexión

a) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 4$ (Dom: $\mathbb{R}$)

$3x^2 + 6x - 4 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(+6)^2 - 4 \cdot 3(-4)}}{2 \cdot 3} = \frac{-6 \pm \sqrt{84}}{6}$$

$x_1 \simeq 0,53$
$x_2 \simeq -2,53$
Posibles extremos



$f'(-3) = 3 \cdot (-3)^2 + 6(-3) - 4 > 0$

$\boxed{\text{Creciente } (-\infty; -2,53)}$

$f'(0) = 3 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 - 4 < 0$

$\boxed{\text{Decreciente } (-2,53; 0,53)}$

$f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - 4 > 0$

$\boxed{\text{Creciente } (0,53; \infty)}$

En base a lo anterior:
en $x = -2,53$ $f(x)$ presenta un Máximo
en $x = 0,53$ $f(x)$ presenta un mínimo

$f(-2,53) = (-2,53)^3 + 3(-2,53)^2 - 4(-2,53) \simeq 13,13$

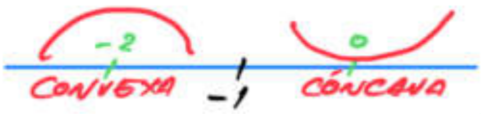
$f(0,53) = (0,53)^3 + 3(0,53)^2 - 4(0,53) \simeq -1.13$

$\boxed{\begin{array}{l} \text{Máximo } (-2,53; 13,13) \\ \text{mínimo } (0,53; -1.13) \end{array}}$

5) Curvatura y Puntos de Inflexión:

$$f''(x) = 6x+6$$

$$6x+6=0 \Rightarrow x=-1$$



$$f''(-2) = 6(-2)+6 < 0$$

$$f''(0) = 6\cdot 0+6 > 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Convexa } (-\infty,-1) \\ \text{Cóncava } (-1,\infty) \end{array}}$$

Que concuerda con la situación de Máx y mín

En $x=-1$ presenta por lo tanto un P.I.

$$f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 - 4(-1) = 6$$

$$\boxed{\text{P.I. en } (-1,6)}$$