

$$\begin{cases} x + az = 2 \\ 2x + ay = a + 4 \\ 3x + y + (a+4)z = 7 \end{cases} \quad \mathcal{M}^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & 2 \\ 2 & a & 0 & a+4 \\ 3 & 1 & a+4 & 7 \end{array} \right)$$

②

$$|\mathcal{M}| = a^2 + 4a + 2a - 3a^2 = -2a^2 + 6a$$

$$|\mathcal{M}| = 0 \Rightarrow -2a^2 + 6a = 0$$

$$a(-2a + 6) = 0 \begin{cases} \rightarrow a = 0 \\ \rightarrow a = 3 \end{cases}$$

i) Si $a \neq 0$ y $a \neq 3$; $|\mathcal{M}| \neq 0$.

$$\text{Rang}(\mathcal{M}) = 3 = \text{Rang}(\mathcal{M}^*) = n = \text{incógnitas}$$

Según teorema Rouché-Frobenius, estamos ante un SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.

(UNA SOLUCIÓN)

ii) Si $a = 0$; $|\mathcal{M}| = 0$.

$$\mathcal{M}^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \end{array} \right) \rightarrow |\mathcal{M}_{2 \times 2}| = 2 \neq 0$$

$\text{Rang}(\mathcal{M}) = 2$

$$|M_{3 \times 3}^*| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Rang}(M^*) = 2$$

$\text{Rang}(M) = \text{Rang}(M^*) = 2 < n^\circ \text{ incógnitas} = 3$
 Según teorema Rouché-Frobenius, estamos
 ante un SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.
 (INFINITAS SOLUCIONES)

iii) Si $a=3$; $|M|=0$.

$$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l} |M_{2 \times 2}| = 3 \neq 0 \\ \text{Rang}(M) = 2 \end{array}$$

M

$$|M_{3 \times 3}^*| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Rang}(M^*) = 2$$

$\text{Rang}(M) = \text{Rang}(M^*) = 2 < n^\circ \text{ incógnitas} = 3$
 Según teorema Rouché-Frobenius, estamos
 ante un SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.
 (INFINITAS SOLUCIONES)

⑥ Si $a=2 \Rightarrow$ SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

$$\begin{cases} x + 2z = 2 \\ 2x + 2y = 6 \\ 3x + y + 6z = 7 \end{cases}$$

METODO DE CRAUER

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{24 + 12 - 28}{12 + 4 - 12} = \frac{8}{4} = 2$$

$$2 + 2z = 2 \Rightarrow z = 0$$

$$4 + 2y = 6 \Rightarrow y = 1$$

$$x = 2 ; y = 1 ; z = 0$$