

EJERCICIO MIBE2490:

$$f(x) = ax^3 + bx + c \quad \text{¿a, b, c?}$$

- Extremo en $M(2, -6)$

- En $x=1$ recta tangente es paralela a $y+9x=2$

Extremo en $x=2$ (M en $(2, -6)$)

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 3a \cdot 2^2 + b = 0 \Rightarrow \text{(1)} \quad 12a + b = 0$$

Pasa por $(2, -6)$:

$$f(2) = -6 \Rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2 + c = -6$$

$$\text{(2)} \quad 8a + 2b + c = -6$$

En $x=1$, recta tangente paralela a $y+9x=2$

$$y = -9x + 2$$

$$f'(1) = -9 \Rightarrow 3a(1)^2 + b = -9$$

$$\text{(3)} \quad 3a + b = -9$$

Con (1) y (3):

$$\begin{array}{l} 12a + b = 0 \\ 3a + b = -9 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 12a + b = 0 \\ -3a - b = 9 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 12 + b = 0 \\ \hline 9a = 9 \Rightarrow a = 1 \end{array} \quad \boxed{b = -12}$$

Con (2):

$$8a + 2b + c = -6$$

$$8 \cdot 1 + 2(-12) + c = -6$$

$$8 - 24 + c = -6 \Rightarrow c = -6 - 8 + 24 \Rightarrow \boxed{c = 10}$$

La función es: $f(x) = x^3 - 12x + 10$