EJERCICIO MIBE2492:

$$f(x) = \frac{4x^2-4}{x}$$

a) Dominio y cortes.
b) Asíntotas.
c) Monotonía y extremos.
d) Representación.

a) Dominio y Puntos de corte:

$x=0 \Rightarrow$ $\text{Dom} = \mathbb{R}-\{0\}$

$\text{Dom} = (-\infty,0)\cup(0,\infty)$

Cortes eje ox: $y=0$

$$0 = \frac{4x^2-4}{x} \Rightarrow 0 = 4x^2-4$$

$$4x^2=4 \Rightarrow x^2=1$$

$$x=\pm 1$$

Corta en $\boxed{(1,0) \text{ y } (-1,0)}$

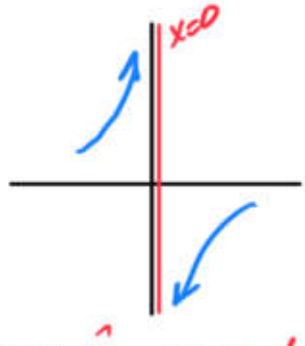
Cortes eje OY: $x=0$; $\boxed{\text{no corta, fuera del dominio.}}$

b) Asíntotas:

Verticales: Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \pm\infty \Rightarrow$ A.V. $x=a$

$$\lim_{x\to 0} \frac{4x^2-4}{x} = \left(\frac{-4}{0}\right) = \pm\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{4x^2-4}{x} = \dfrac{(-)}{(-)} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{4x^2-4}{x} = \dfrac{(-)}{(+)} = -\infty \end{array}\right\}$$



¡Hay Asíntota Vertical de ecuación $x=0$!

Horizontales: Si $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x) = k \Rightarrow$ A.H. $y=k$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{4x^2-4}{x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \dots\dots = -\infty$$

$f(x)$ no presenta asíntota horizontal

<u>Oblicuas:</u> $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x^2-4}{x} : \frac{x}{1} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{4x^2-4}{x^2} = 4$$

$$n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{4x^2-4}{x} - 4x\right) =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{4x^2-4-4x^2}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{-4}{x} = 0$$

Tiene una asíntota oblicua de ecuación:

$$y = 4x + 0 \Rightarrow \boxed{y = 4x}$$

c) <u>Monotonía y extremos:</u>

$$f(x) = \frac{4x^2-4}{x}$$

$$f'(x) = \frac{8x \cdot x - (4x^2-4) \cdot 1}{x^2} = \frac{8x^2 - 4x^2 + 4}{x^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4x^2+4}{x^2} = 0 \Rightarrow 4x^2+4 = 0$$

$x^2=-1 \Rightarrow$ No tiene solución en conjunto $\mathbb{R}$

¡No tiene máximos ni mínimos!

<u>Monotonía:</u>

CREC ↗ CREC ↗

$-1 \quad 0 \quad 1$

$$f'(-1)=\frac{4(-1)^2+4}{(-1)^2}>0 \text{ Creciente}$$

$$f'(1)=\frac{4\cdot 1^2+4}{1^2}>0 \text{ Creciente}$$

Se observa en cualquier caso que la derivada siempre es positiva

$f(x)$ es creciente $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

d) <u>Representación:</u>

Con lo que se ha solicitado:
- Cortes ejes
- Asíntotas
- Monotonía