

EJERCICIO M28E3221:

"achimagedec.com"

$$M = \begin{pmatrix} 1 & a-3 \\ -1 & 2-a \end{pmatrix}$$

a) $M^{-1} = ?$

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & a-3 \\ -1 & 2-a \end{vmatrix} = 2-a+a-3 = -1 \neq 0$$

La matriz M es invertible, independientemente de a , puesto que su determinante es distinto de cero.

$$\begin{aligned} M^{-1} &= \frac{(M^t)^{Adj}}{|M|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a-3 & 2-a \end{pmatrix}^{Adj} \begin{pmatrix} 2-a-(a-3) \\ -(-1) & 1 \end{pmatrix}}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 2-a & -a+3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}{-1} \\ &= \begin{pmatrix} -2+a & a-3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow M^{-1} = \begin{pmatrix} -2+a & a-3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

b) Para $a=-1 \Rightarrow MA = B - MX$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow M^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$MA = B - MX \Rightarrow MX = B - MA$$

$$M^{-1} \cdot M \cdot X = M^{-1} \cdot (B - MA)$$

$$I \cdot X = M^{-1} \cdot (B - MA)$$

$$X = M^{-1} \cdot (B - MA)$$

$$\begin{aligned}
 B-MA &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 - 4 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) - 4 \cdot 2 & 1 \cdot 3 - 4 \cdot (-2) \\ -1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & -1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & -1 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -9 & 11 \\ 3 & 7 & -9 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 5 & 9 & -8 \\ -4 & -5 & 10 \end{pmatrix}} \\
 &\quad \quad \quad B-MA
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X &= M^{-1} \cdot (B-MA) = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 9 & -8 \\ -4 & -5 & 10 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} -3 \cdot 5 - 4 \cdot (-4) & -3 \cdot 9 - 4 \cdot (-5) & -3 \cdot (-8) - 4 \cdot 10 \\ -1 \cdot 5 - 1 \cdot (-4) & -1 \cdot 9 - 1 \cdot (-5) & -1 \cdot (-8) - 1 \cdot 10 \end{pmatrix} = \\
 &\boxed{X = \begin{pmatrix} 1 & -7 & -16 \\ -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}}
 \end{aligned}$$