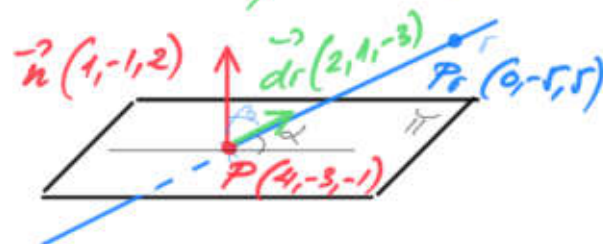


EJERCICIO M2BE3230:

$$r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y+z=10 \end{cases}$$

$$\pi \equiv x-y+2z-5=0$$

"achimages.com"



a.1) Comprobar que r y π se cortan:

Obtenemos de r un vector director $\vec{dr}$ y un Punto P_r (Posiblemente los necesitaremos más adelante). Para poner r en paramétricas

$$\vec{dr} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} - 2\vec{k} + \vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{dr} = (2, 1, -3)}$$

πP_r ?, haciendo $x=0$:

$$\begin{cases} y+z=0 \\ -y+z=10 \end{cases} \Rightarrow 2z=10 \Rightarrow \begin{matrix} z=5 \\ y=-5 \end{matrix}$$

$$\boxed{P_r(0, -5, 5)}$$

la recta en paramétricas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = -5 + t \\ z = 5 - 3t \end{cases}$$

al sustituirlo en el plano π : $x-y+2z-5=0$

$$2t - (-5+t) + 2(5-3t) - 5 = 0$$

$$2t + 5 - t + 10 - 6t - 5 = 0 \Rightarrow -5t = -10 \Rightarrow \boxed{t=2}$$

$t=2$ es una única solución, que indica que plano y recta se cortan en un punto (P):

$$s: \begin{cases} x = 0 + 2 \cdot 2 = 4 \\ y = -5 + 2 = -3 \\ z = 5 - 3 \cdot 2 = -1 \end{cases}$$

$$\boxed{P(4, -3, -1)}$$

A esta misma conclusión llegamos si resolvemos el sistema 3x3 de recta y plano, (o dismutándolo por Rouché-Frobenius):

$$\begin{aligned} r &\equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y+z=10 \end{cases} & \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \\ z=-1 \end{cases} & \text{"única solución"} \\ \pi &\equiv x-y+2z-5=0 & & \text{se cortan en un punto"} \end{aligned}$$

a2) Recta s, contenida en π , perpendicular a r:

Si hacemos el producto vectorial $\vec{dr} \times \vec{n}$, obtenemos un vector perpendicular a $\vec{dr}$ y a $\vec{n}$ (paralelo al plano) que será el director de la recta solicitada. Si con este vector, paralelo al plano π , y el punto P de corte hacemos una recta, será perpendicular a r y contenida en el plano

$$\vec{ds} = \vec{dr} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k} - \vec{k} - 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$P(4, -3, -1)$$

$$\vec{ds} = (-1, -7, -3)$$

La recta s, entonces, en vectorial:

$$s \equiv (4, -3, -1) + t(-1, -7, -3)$$

b) Ángulo de r y π : (sea α el complementario de $\vec{n}$ y $\vec{dr}$)

$$\cos \beta = \frac{(1, -1, 2) \cdot (2, 1, -3)}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}} = \frac{2 - 1 - 6}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \frac{-5}{9,165}$$

$$\cos \beta = 0,546 \Rightarrow \beta = 56,937$$

$$\alpha = 90 - \beta = 33,023^\circ$$