

EJERCICIO M2BE3231:

"achimagee.com"

$$r: \begin{cases} x+y-2z=3 \\ 2x+y-6z=2 \end{cases}$$

$$s: x-1 = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$$

a) Comprobar que r y s son coplanarias.

- ✓ Si dos rectas son paralelas son coplanarias
- ✓ Si se cortan en un punto son coplanarias (son secantes)
- Si se cruzan no determinan un plano
- Si son coincidentes, determinan infinitos planos

Se trata de ver la posición relativa de r y s

Utilizaremos la Matriz M y M^* y el teorema de Rouché-Frobenius:

$$M^* = \begin{pmatrix} d_1 - d_1' & p_1' - p_1 \\ d_2 - d_2' & p_2' - p_2 \\ d_3 - d_3' & p_3' - p_3 \end{pmatrix}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\vec{d}_r \quad \vec{d}_s \quad \vec{p}_s - \vec{p}_r$

"Matrices fieles asociadas al sistema de ecuaciones de iguala las rectas r y s en paramétrica"

Se "r" necesitamos el $\vec{d}_r$ y el $\vec{p}_r$:

$$\vec{d}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -6 \end{vmatrix} = -6\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k} - 2\vec{k} + 2\vec{i} + 6\vec{j}$$

$\vec{d}_r = (-4, 2, -1)$

$\vec{p}_r \Rightarrow$ buscando en la ecuación de $r \Rightarrow z=0$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ -2x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow y=3-x=3+1=4$$

$\vec{p}_r = (-1, 4, 0)$

$-x=1 \Rightarrow x=-1$

Se s , al estar en forma continua:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-0}{3} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow \boxed{\vec{ds} = (1, 3, 2)}; \boxed{P_3(1, 0, -1)}$$

Por tanto, las matrices M y M^* :

$$M^* = \left(\begin{array}{cc|c} -4 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & -4 \\ -1 & -2 & -1 \end{array} \right) \quad \text{Rango}(M) = 2$$

$$\left| \begin{array}{ccc} -4 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & -4 \\ -1 & -2 & -1 \end{array} \right| = \dots = 0 \quad \text{Rango}(M) = 2$$

Sistema compatible determinado, una única solución, se cortan en un punto.

Las dos rectas determinan un plano.

b) Equación del plano que las contiene:

Forma implícita:

$$\begin{array}{ccc} \vec{dr} & \vec{ds} & \vec{r} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \begin{vmatrix} d_1 & d_1' & x-p_x \\ d_2 & d_2' & y-p_y \\ d_3 & d_3' & z-p_z \end{vmatrix} & = 0 \end{array}$$



$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & x+1 \\ 2 & 3 & y-4 \\ -1 & 2 & z \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-12z - (y-4) + 4(x+1) + 3(x+1) + 8(y-4) - 2z = 0$$

$$-12z - y + 4 + 4x + 4 + 3x + 3 + 8y - 32 - 2z = 0$$

$$7x + 7y - 14z - 21 = 0$$

$$\boxed{x + y - 2z - 3 = 0}$$