

EJERCICIO H2BE3227:

"achimages.com"

$$H(t) = \frac{6400}{1 + 159 \cdot e^{-0,5t}}$$

a) $H(0)$?

b) T.V.M. $[0, 12]$; T.V.M. $[12, 24]$; Interpretar?

c) Creciente? Justificar?

d) ¿t? en que $H(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} H(t)/2$

a) Número inicial de hormigas $H(0)$?
en $t=0$

$$H(0) = \frac{6400}{1 + 159 \cdot e^{-0,5 \cdot 0}} = \frac{6400}{1 + 159} = 40$$

¡ Inicialmente hay 40 hormigas!

b) Tasa media de crecimiento el 1º año y el 2º año. Interpretarlo.

Nos piden en base la TASA DE VARIACIÓN MEDIA:

$$\text{T.V.M.} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

El primer año, de cero a doce meses:

$$\text{T.V.M. } [0, 12] = \frac{H(12) - H(0)}{12 - 0}$$

$$H(12) = \frac{6400}{1 + 159 e^{-0,5 \cdot 12}} = 4590,7$$

$$H(0) = \dots = 40$$

$$\text{T.V.M. } [0, 12] = \frac{4590,7 - 40}{12 - 0} = \underline{379,25} \frac{\text{hormigas}}{\text{mes}}$$

Podemos decir que la Tasa medio de crecimiento el primer año es de aprox. 379 hormigas por mes.

El segundo mes, de 12 a 24 meses:

$$T.V.M. [12, 24] = \frac{H(24) - H(12)}{24 - 12}$$

$$H(24) = \frac{6400}{1 + 159 \cdot e^{-0,5 \cdot 24}} = 6393,75$$

$$H(12) = \dots = 4590,7$$

$$T.V.M. [12, 24] = \frac{6393,75 - 4590,7}{24 - 12} = \underline{150,25 \frac{\text{k}}{\text{ms}}}$$

El segundo año un crecimiento de aproximadamente 150 kilogramos por mes

Notar como el crecimiento de la coltura va disminuyendo con el paso de los años.

C₁) ¿El modelo es creciente?

Analizamos la derivada y su signo

$$H'(t) = \frac{0 - 6400 \cdot (-0,5 \cdot 159 \cdot e^{-0,5t})}{(1 + 159 \cdot e^{-0,5t})^2}$$

$$H'(t) = \frac{508800 \cdot e^{-0,5t}}{(1 + 159 \cdot e^{-0,5t})^2}$$

La exponencial es positiva

El den es positivo (elevado al cuadrado)

La derivada es positiva siempre. La función es creciente.

C₂) ¿Hay un control?

Crece sin control si tendiera a infinito a lo largo del tiempo.

Calculamos el límite y veremos:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} H(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6400}{1 + 159 \cdot e^{-0,5t}} = \frac{6400}{1 + 159 \cdot 0} = 6400$$

No crea un control, no se superarán las 6400 hormigas.

d) Momento en que se supera la mitad de su capacidad de carga:

Nos dicen que la población se estabiliza cuando alcanza su capacidad de carga, esto significa que $\lim_{t \rightarrow \infty} H(t) = 6400$ es la capacidad de carga. Su mitad: $\frac{6400}{2} = \underline{\underline{3200}}$

$$H(t) = 3200$$

$$\frac{6400}{1 + 159 \cdot e^{-0,5t}} = 3200$$

$$2 = 1 + 159 \cdot e^{-0,5t} \Rightarrow 1 = 159 \cdot e^{-0,5t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{159} = e^{-0,5t} \xrightarrow{\ln} \ln\left(\frac{1}{159}\right) = \ln e^{-0,5t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{159}\right) = -0,5t \cdot \ln e$$

$$-5,069 = -0,5t \Rightarrow \boxed{t = 10,138}$$