

PAU CANARIAS JUNIO 2025

$$A(1,0,2); \pi: -x+2y+z+1=0$$

$$r: \begin{cases} 4x-7y+2z=7 \\ y-2z+5=0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \vec{n}_1 = (4, -7, 2) \\ \vec{n}_2 = (0, 1, -2) \end{matrix}$$

a) Posición relativa del plano π y recta r :1) Recta r en paramétricas:Un director de r :

$$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \vec{d}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -7 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 14\vec{i} + 0 + 4\vec{k} + 0 - 2\vec{i} + 8\vec{j} = 12\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{d}_r = (12, 8, 4) \equiv (3, 2, 1)$$

Un punto de r :

$$\text{Si } \boxed{z=0}$$

$$r: \begin{cases} 4x-7y+2z=7 & (1) \\ y-2z+5=0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad y+5=0 \Rightarrow \boxed{y=-5}$$

$$(1) \quad 4x - 7(-5) + 2 \cdot 0 = 7 \Rightarrow 4x = 7 - 35 = -28$$

$$\boxed{x = -7}$$

$$\boxed{P_r(-7, -5, 0)}$$

La recta en paramétricas:

$$\begin{cases} x = -7 + 3t \\ y = -5 + 2t \\ z = 0 + t \end{cases}$$

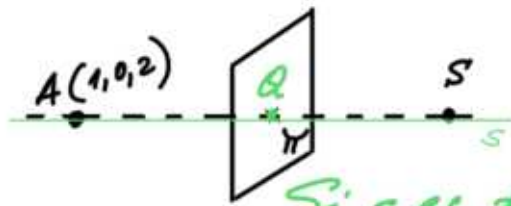
Sustituyendo en $\pi: -x+2y+z+1=0$

$$-(-7+3t) + 2(-5+2t) + t + 1 = 0$$

$$7 - 3t - 10 + 4t + t + 1 = 0 \Rightarrow -2 + 2t = 0 \Rightarrow \boxed{t=1}$$

Se cortan en un punto, concretamente en $P(-4, -3, 1)$

b) Halla el simétrico de A respecto al plano π :



Necesitamos una recta "s" perpendicular al plano π que pase por A.

Si s es perpendicular al plano π , su director será el $n_{\pi} (-1, 2, 1)$ y pasa por A

$$S \equiv \begin{cases} x = 1 - p \\ y = 0 + 2p \\ z = 2 + p \end{cases}$$

Sustituyendo en el plano $\pi: -x + 2y + z + 1 = 0$ obtenemos el punto de corte Q.

$$-(1-p) + 2(2p) + 2 + p + 1 = 0$$

$$-1 + p + 4p + 2 + p + 1 = 0 \Rightarrow 6p = -2 \Rightarrow p = -\frac{1}{3}$$

El punto Q, de corte:

$$\left. \begin{aligned} x &= 1 - \frac{1}{3} \\ y &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \\ z &= 2 - \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} Q \left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

Con lo que el simétrico, teniendo en cuenta que Q hace de Punto medio de A y S:

$$P_M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

$$\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right) = \left(\frac{1 + S_x}{2}, \frac{0 + S_y}{2}, \frac{2 + S_z}{2} \right)$$

$$S_x = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$S_y = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

$$S_z = 2 \cdot \frac{5}{3} - 2 = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$$

$$S = \left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right)$$

