

EJERCICIO M2853469: ¡Discusión!

"achiimages.com"

$$\begin{cases} mx + 7y + 5z = 0 \\ x + my + z = 3 \\ y + z = -2 \end{cases}$$

a) Discute
b) Resuelve

$$\begin{pmatrix} m & 7 & 5 & | & 0 \\ 1 & m & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 1 & | & -2 \end{pmatrix}$$

a) Discutir:

$$\boxed{R(A)=?}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} m & 7 & 5 \\ 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = m^2 + 5 - m - 7 = m^2 - m - 2$$

$$m^2 - m - 2 = 0$$

$$m = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

I) Si $m \neq 2$ y $m \neq -1$; $|A| \neq 0$,
 $R(A)=3 = R(A^*) = n$ de incógnitas
Según el Teorema de Rouché-Frobenius,
tenemos un sistema compatible determinado
(1 Solución)

II) Si $m=2$: $|A|=0$; $\text{Rango}(A) < 3$

$$A^* = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 & | & 0 \\ 1 & 2 & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 1 & | & -2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Es la } \frac{1^a - 2 \cdot 2^a}{3}$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow \boxed{R(A)=2}$$

$$|A_3^*| = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -8 - 6 + 14 = 0$$
$$\boxed{R(A^*)=2}$$

II) Si $m=2 \Rightarrow R(A)=2=R(A^*) < n^{\circ} \text{ incógnitas}=3$
Según el T. de Rouché-Frobenius estamos ante
un sistema compatible indeterminado
(Infinitas soluciones)

III) Si $u=-1 \rightarrow |A|=0; R(A)<3$

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 7 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array} \right)$$

$$|\Delta_2| = \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow R(A)=2$$

$$|A_3^*| = \begin{vmatrix} -1 & 7 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -2 + 3 + 14 \neq 0 \Rightarrow R(A^*)=3$$

III) Si $u=-1$ $R(A) \neq R(A^*)$ estamos ante
un sistema incompatible. (No tiene solución)